

# Линейное программирование в MS Excel

Понятие *линейного программирования* включает несколько взаимосвязанных математических методов, которые используются для оптимального распределения ограниченных производственных ресурсов между его конкурирующими потребностями. Наиболее широко линейное программирование используется в методах, объединенных единым названием “математические методы оптимизации”, и, как вы убедитесь, прочтя врезку “Типичное применение методов линейного программирования в операционном менеджменте”, оказывается незаменимым при решении очень многих задач и в этой области. Наша цель при написании Дополнения к главе 16 заключалась в том, чтобы показать, как можно достаточно быстро формулировать и решать подобные задачи с помощью функции Solver (Поиск решения), встроенной в Microsoft Excel.

Для решения задач методом линейного программирования необходимо, чтобы описанная в ней ситуация отвечала пяти основным условиям. Во-первых, она должна быть связана с *ограниченными ресурсами* (т.е. конечное количество рабочих, оборудования, финансов, материалов и т.п.), в противном случае этой задачи просто бы не существовало. Во-вторых, необходимо сформулировать *точную цель* (максимизация прибыли или минимизация затрат). В-третьих, задача должна характеризоваться *линейностью* (например, если на изготовление детали требуется три часа, то на изготовление двух будет затрачено шесть часов, на выпуск трех — девять и т.д.). В-четвертых, задача должна характеризоваться *однородностью* (изделия, изготовленные на станке, идентичны; все часы, в течение которых рабочий выполняет ту или иную операцию, используются им с одинаковой продуктивностью и т.д.). Пятое условие заключается в *делимости*: метод линейного программирования строится на допущении, что результаты и ресурсы можно делить на доли. Если такое деление невозможно (например, полет половины самолета или наем на работу одной четвертой служащего), аналитику лучше воспользоваться специальной модификацией линейного программирования — *дискретным (или целочисленным) программированием*.

Методы *линейного программирования* могут применяться, если поставлена только одна цель: максимизировать (например, прибыль) или минимизировать (например, издержки). Когда целей несколько, используется *целевое программирование*. Если же задача эффективнее всего решается поэтапно или по временным интервалам, аналитику следует воспользоваться методом *динамического программирования*. В еще более сложных задачах при решении могут потребоваться другие варианты данного метода, например *нелинейное*, или *квадратическое, программирование*.

## ТИПИЧНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ОПЕРАЦИОННОМ МЕНЕДЖМЕНТЕ

### Методы

#### *Симплексный метод*

*Совокупное производственное планирование.* Составление производственных планов с минимальными затратами производства с учетом издержек на изменение норм выработки и конкретных ограничений на рабочую силу и на уровень товарно-материальных запасов.

*Анализ эффективности обслуживания.* Сравнение эффективности использования различными сервисными предприятиями своих ресурсов с показателями наиболее успешных компаний в конкретной отрасли. (Этот метод называют анализом свертывания данных.)

*Планирование состава продукта.* Определение оптимального состава продукта, в котором составляющие имеют разные стоимости и потребляют ресурсы в разном количестве (например, нахождение оптимального сочетания структурных составляющих бензинов в лакокрасочных материалах, диетических компонентов в продуктах питания для людей и микроэлементов в кормах для животных).

*Маршрутизация технологического процесса.* Определение оптимального маршрута последовательного перемещения продукции в ходе ее обработки от одного обрабатывающего центра к другому с учетом конкретных затрат и производительности каждого станка в таких центрах.

*Управление технологическим процессом.* Минимизация отходов материалов в процессе раскроя листов или рулонов, например стали, кожи, ткани и т.п.

*Управление товарно-материальными запасами.* Определение оптимальной комбинации различных видов продуктов для хранения на складах.

#### *Транспортный метод*

*Совокупное производственное планирование.* Составление производственного плана с минимальными издержками производства (без учета издержек на изменение норм выработки).

*Планирование распределения продукции.* Составление оптимального графика транспортировки для распределения различных видов продуктов между заводами и складами либо между оптовыми складами и розничными продавцами.

*Анализ места размещения завода.* Нахождение оптимального варианта места размещения нового завода исходя из затрат на транспортировку грузов и с учетом различных вариантов расположения зданий завода, а также поставщиков и потребителей продукции.

*Перемещение грузов.* Определение оптимальных маршрутов движения транспортных средств для перемещения грузов между цехами завода (например, автопогрузчиков) с минимальными издержками, а также маршрутов перевозки грузов со складов постав-

щиков в цеха завода различными видами грузового транспорта, каждый из которых характеризуется разными показателями грузоподъемности и эффективности.

### **Примеры**

#### ***Сбор и распределение крови Американским Красным Крестом***

Донорская служба *Американского Красного Креста* (American Red Cross — ARC) работает в нескольких регионах. Каждое отделение отвечает за сбор, тестирование и распределение донорской крови в своей зоне. Так, например, среднеатлантическое подразделение *Американского Красного Креста* работает в большей части штата Вирджиния и на северо-востоке Северной Каролины. На определенном этапе специалисты предложили проект изменения места размещения донорских пунктов в среднеатлантическом регионе, и службу ARC заинтересовали экономическая целесообразность и эффективность данного мероприятия. Для того чтобы быстро определить, как будущие перемены повлияют на существующий график сбора и распределения крови, использовали модели линейного программирования. В результате проведенного анализа ARC приняла решение повременить с перераспределением своих пунктов и вместо этого сделать все возможное для оптимизации имеющихся мощностей.

*Источник.* Derya A. Jacobs, Murat N. Silan and Barry A. Clemson, “An Analysis of Alternative Locations and Service Areas of American Red Cross Blood Facilities”, *Interfaces*, May–June 1996, p. 40–50.

#### ***Оценка степени согласованности***

Трое специалистов применили метод линейного программирования для оценки слаженности игры игроков крупной бейсбольной лиги. В модели использовалось вычисление весовых коэффициентов для получения объективных показателей слаженности на основе субъективных оценок согласованности действий игроков. Сравнение результатов анализа с классификационными требованиями позволило подбирать игроков в команду. Такое применение линейного программирования в равной степени подходит и для оценки согласованности работы служащих менеджерами различных предприятий.

*Источник.* Christopher Zappe, William Webster and Ira Horowitz, “Using Linear Programming to Determine Post-Facto Consistency in Performance Evaluations of Major League Baseball Players”, *Interfaces*, November–December 1993, p. 107–113.

#### ***Оценка лесных ресурсов***

Когда правительство Новой Зеландии приступило к приватизации государственных лесных угодий, для определения правильной продажной цены потребовалось оценить ожидаемые потоки денежных средств от их эксплуатации. С помощью линейного программирования была разработана модель лесных угодий, позволившая определить восстанавливаемые участки лесозаготовок и распределение стволов в 14 зонах с горизонтом планирования на 40 и 70 лет. Рассчитанные показатели ожидаемых денежных потоков от этих операций учитывались при назначении стартовых цен и уровня налогообложения участков леса. Кроме того, потенциальные покупатели смогли воспользоваться результатами моделирования для разработки своей стратегии торгов.

*Источник.* Bruce R. Manley and John A. Threadgill, “LP Used for valuation and Planning of New Zealand Plantation Forests”, *Interfaces*, November–December 1991, p. 66–79.

---

## Модель линейного программирования

Формально выражаясь, задача линейного программирования связана с оптимизацией процесса, в ходе которого отбираются неотрицательные искомые переменные  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , используемые затем для максимизации (или минимизации) целевой функции в следующей форме.

Максимизировать (минимизировать) целевую функцию

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n,$$

при условии ограничений на количество ресурсов, выраженных в таком виде:

$$A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + \dots + A_{1n}X_n \leq B_1$$

$$A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + \dots + A_{2n}X_n \leq B_2$$

⋮

⋮

⋮

$$A_{m1}X_1 + A_{m2}X_2 + \dots + A_{mn}X_n \leq B_m,$$

где  $C_n$ ,  $A_{mn}$  и  $B_m$  — заданные постоянные величины.

В зависимости от типа задачи ограничения могут указываться также с использованием знака равенства (=) или знака “больше или равно” ( $\geq$ ).

### Пример А.1. Компания Puck and Pawn

Порядок решения задач методом линейного программирования описывается ниже в контексте задачи, связанной с деятельностью компании *Puck and Pawn*, специализирующейся на производстве хоккейных клюшек и наборов шахмат. Каждая клюшка приносит компании прибыль в размере 2 долл., а каждый шахматный набор — 4 долл. На изготовление одной клюшки требуется четыре часа работы на производственном участке *A* и два часа на участке *B*. Шахматный набор изготавливается с затратами шести часов работы на участке *A*, шести часов на участке *B* и одного часа на участке *C*. Доступная производственная мощность, выраженная в рабочих часах, на участке *A* составляет максимум 120 часов в день; на участке *B* — 72 часа, а на участке *C* — 10 часов.

Вопрос: сколько клюшек и шахматных наборов должна выпускать в день компания, чтобы получать максимальную прибыль?

#### Решение

Сначала необходимо сформулировать задачу в математическом виде. Если обозначить количество хоккейных клюшек через  $H$ , а количество шахматных наборов —  $G$ , то целевую функцию для достижения максимальной прибыли можно выразить следующим образом.

$$\text{Максимизировать } Z = 2H + 4G \text{ долл.,}$$

при условии следующих ограничений по мощностям:

$$4H + 6G \leq 120 \text{ (ограничение по участку } A);$$

$$2H + 6G \leq 72 \text{ (ограничение по участку } B);$$

$$1G \leq 10 \text{ (ограничение по участку } C)$$

и при условии, что  $H, G \geq 0$ .

Такая формулировка удовлетворяет всем пяти условиям, предъявляемым к задачам линейного программирования, описанным ниже.

1. Речь идет об ограниченных ресурсах (конечное количество рабочих часов по каждому из станков).
2. Точно сформулирована целевая функция (известны значения каждой переменной и цель задачи).
3. Все уравнения носят линейный характер (в них отсутствуют экспоненты и комбинационные составляющие).
4. Ресурсы однородны (для их оценки использована одна и та же единица измерения, т.е. рабочее время).
5. Искомые переменные — делимые и неотрицательные значения (можно изготавливать и части хоккейной клюшки или шахматного набора; однако не забывайте, что если такой подход нежелателен, то следует воспользоваться методом целочисленного программирования).

## Графическое линейное программирование

**Графическое линейное программирование** применяется только для решения задач с двумя искомыми переменными (или в случае с трехмерными графиками — с тремя), но, несмотря на это, графический метод позволяет быстро понять основную суть линейного программирования и демонстрирует, что происходит при применении симплексного метода, описанного дальше в этой главе.

Рассмотрим этапы решения задач методом графического линейного программирования на примере компании *Puck and Pawn*. Перечисленные этапы хорошо иллюстрируют сущность этого графического метода.

**1. Сформулировать задачу в математическом виде.** Уравнения для рассматриваемого примера приведены выше.

**2. Построить графики уравнений ограничений.** Уравнения ограничений легко отображаются на графике при присвоении одной из переменных нулевого значения и нахождении значения другой на соответствующей оси координат. (Нецелые части в неравенствах ограничений на данном этапе игнорируются.) Так, для уравнения ограничений по станку *A* при  $H = 0$  получим  $G = 20$ , а при  $G = 0$ ,  $H = 30$ . Для уравнения ограничений по станку *B* при  $H = 0$  имеем  $G = 12$ , а при  $G = 0$ ,  $H = 36$ . Для уравнения ограничений по станку *C* имеем  $G = 10$  при любых значениях  $H$ . Соответствующие прямые показаны на рис. А1.

**3. Определить допустимую область.** Направление знака неравенства в каждом ограничении определяет область, в которой следует искать допустимое решение. В данном случае все неравенства носят характер “меньше или равно”. Это означает, что недопустимо искать любую комбинацию изделий, расположенную на графике справа и сверху от линий ограничений. Область допустимых решений на графике рис. А1 закрашена серым и имеет форму выпуклого многоугольника. Такой многоугольник бывает выпуклым только при условии, что прямая линия, соединяющая любые две точки в нем, остается в его пределах. При невыполнении данного условия задача либо неправильно сформулирована, либо не подлежит решению методом линейного программирования.

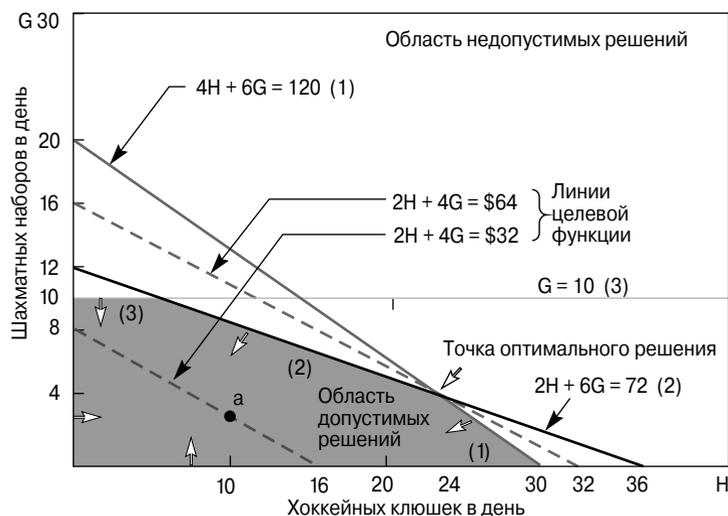


Рис. А1. Графическое решение задачи о хоккейных клюшках и шахматных наборах

H	G	Пояснение
0	$120/6 = 20$	Пересечение первого ограничения с осью G
$120/4 = 30$	0	Пересечение первого ограничения с осью H
0	$72/6 = 12$	Пересечение второго ограничения с осью G
$72/2 = 36$	0	Пересечение второго ограничения с осью H
0	10	Пересечение третьего ограничения с осью G
0	$32/4 = 8$	Пересечение линии равной прибыли (целевой функции), соответствующей 32 долл., с осью G
$32/2 = 16$	0	Пересечение линии равной прибыли, соответствующей 32 долл., с осью H
0	$64/4 = 16$	Пересечение линии равной прибыли, соответствующей 64 долл., с осью G
$64/2 = 32$	0	Пересечение линии равной прибыли, соответствующей 64 долл., с осью H

**4. Построить график целевой функции.** Целевая функция отображается на графике следующим образом. Задайте какую-то произвольную величину общей прибыли и найдите отрезки на осях координат, отсекаемые целевой функцией, как это было сделано для уравнений ограничений. Целевую функцию в данном контексте часто называют *линией равной прибыли*, или *линией равносильного вклада*, поскольку она отображает все возможные комбинации двух видов продуктов для заданной прибыли. Так, например, на пунктирной прямой, расположенной на графике ближе всех к началу координат, мы можем определить все возможные комбинации хоккейных клюшек и шахматных наборов, которые дадут прибыль в 32 долл., выбрав для этого любую точку на прямой и найдя соответствующие количества каждого из производимых изделий по ее координатам. Так, для точ-

ки  $a$  комбинация, которая принесет компании прибыль в 32 долл., будет десять клюшек и три набора. Этот результат можно проверить подстановкой полученных с помощью графика значений  $H = 10$ ,  $G = 3$  в уравнение целевой функции:

$$(2 \text{ долл.} \times 10) + (4 \text{ долл.} \times 3) = 20 + 12 = 32 \text{ долл.}$$

**5. Отыскать оптимальную точку.** Можно математически доказать, что оптимальная комбинация искоемых переменных всегда находится в крайней (угловой) точке выпуклого многоугольника. На графике рис. А1 таких точек четыре (исключая точку начала оси координат), и для определения того, какая из них оптимальная, существует два способа. Первый заключается в алгебраическом поиске решений для разных вершин многоугольника и отыскании среди них вершины с максимальной прибылью. Такой метод предполагает одновременное решение уравнений для разных пар пересекающихся прямых и подстановку полученных значений переменных в целевую функцию. Так, например, вычисления для пересечения линий  $2H + 6G = 72$  и  $G = 10$  будут следующими.

Поставив  $G = 10$  в  $2H + 6G = 72$ , получаем:  $2H + (6 \times 10) = 72$ .

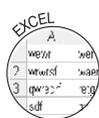
Следовательно,  $2H = 12$ , а  $H = 6$ . Подставив в целевую функцию значения  $H = 6$  и  $G = 10$ , получаем:

$$\text{прибыль} = 2H + 4G = (2 \text{ долл.} \times 6) + (4 \text{ долл.} \times 10) = 12 + 40 = 52 \text{ долл.}$$

Этот метод можно немного видоизменить, взяв параметры  $H$  и  $G$  непосредственно из графика и подставляя их в целевую функцию, как это делалось в процессе предыдущих вычислений. Недостаток данного подхода: при решении задач с большим количеством ограничительных уравнений возможных точек для оценки бывает очень много, и процедура математического тестирования каждой из них становится просто неэффективной.

Второй метод, который обычно предпочитают специалисты, заключается в непосредственном поиске оптимальной точки на линии равной прибыли. Эта процедура состоит в том, что на графике проводится прямая, *параллельная* любой произвольно выбранной исходной прямой равной прибыли, но больше других удаленной от начала координат графика в пределах области допустимых значений. (В задачах на минимизацию затрат прямая равной прибыли должна проходить через точку, самую близкую к началу координат.) На рис. А1 крайнюю (угловую) точку пересекает пунктирная линия, соответствующая уравнению  $2H + 4G = 64$  долл. Обратите внимание, что исходная произвольно выбранная прямая равной прибыли обязательна, поскольку она отображает угол наклона целевой функции для конкретной задачи. Это очень важно, так как при другой целевой функции (например, попробуйте подставить в значение прибыли  $3H + 3G$ ) наиболее удаленной от начала оси координат может быть другая точка. При условии, что уравнение  $2H + 4G = 64$  долл. является оптимальным, значение каждой переменной, указывающее, какое количество изделий следует производить, можно определить по графику для оптимальной точки: 24 хоккейные клюшки и четыре шахматных набора. Любые другие комбинации дадут компании меньшую прибыль.

## Решение задач линейного программирования в MS Excel



Для решения задач линейного программирования часто используются электронные таблицы. В большинство таких таблиц встроены понятные и простые в применении стандартные программы. В программе Microsoft Excel, например, есть оптимизирующий инструмент Solver (Поиск решения), работу которого мы продемонстрируем опять же для решения задачи о производстве хоккейных клюшек и шахмат. Программа Solver (Поиск решения) запускается из меню Tools (Сервис), после чего появляется диалоговое окно, запрашивающее информацию, необходимую для ее работы.

Вначале нужно поставить задачу, указав целевую ячейку (или целевую функцию), изменяемые ячейки (искомые переменные) и ячейки ограничений. На рис. А2 изображена электронная таблица с информацией, которая необходима для решения данной задачи.

Поле Target Cell (Установить целевую ячейку) (в нашем случае ячейка D5) содержит формулу, умножающую количество произведенных клюшек и шахматных наборов на соответствующую им прибыль; значения, указанные в поле Changing Cells (Изменяя ячейки), соответствуют искомым переменным задачи. В поле Subject to Constraints (Ограничения) указаны ячейки для введения конкретных ограничений на решение. Обратите внимание, что в диалоговом окне Solver (Поиск

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3		Хоккейные клюшки	Шахматы	Всего								
4	Решение	24	4	28								
5	Прибыль	\$2,00	\$4,00	\$64,00								
6												
7												
8		Хоккейные клюшки	Шахматы	Использовано	Ограничение							
9	Станок А	4	6	120	<= 120							
10	Станок В	2	6	72	<= 72							
11	Станок С		1	4	<= 10							

Рис.А2. Поиск решения задачи в программе Microsoft Excel Solver

решения) необходимо указать, что наши значения для решения должны быть больше или равны нулю.

На рис. А2 не показано диалоговое окно Options (Параметры), но если его вывести на экран, то появится поле, в котором можно указать, что данная задача является линейной, что позволяет значительно ускорить процесс ее решения. В этом окне, которое управляет процедурой поиска решения, реализуемой программой Solver (Поиск решения), можно выбрать и многие другие варианты. Данная программа способна решать задачи с использованием различных стратегий поиска, отличных от симплексного метода.

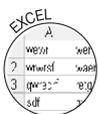
После введения информации в это диалоговое окно можно нажать кнопку Solve (Выполнить) и решить задачу. При этом мы получим несколько разных отчетов. Наиболее интересными из них для нашей задачи являются Answer Report (Отчет по результатам) и Sensitivity Report (Отчет по устойчивости), примеры которых приведены на рис. А3.

Answer Report (Отчет по результатам) включает окончательные ответы по общей прибыли (64 долл.) и по количеству производимой продукции (24 хоккейные клюшки и четыре шахматных набора). В разделе Constraints (Ограничения) этого отчета отображено состояние каждого ресурса, из которого видно, что компанией будут загружены все станки участков *A* и *B*, а станки участка *C* простоят 6 часов.

Sensitivity Report (Отчет по устойчивости) делится на две части. Первая часть озаглавлена “Изменяемые ячейки” и соответствует коэффициентам целевой функции. Прибыль на единицу продукции для клюшек может увеличиться либо уменьшиться на 0,67 долл. (т.е. может находиться между 2,67 и 1,33 долл.), не оказывая при этом влияния на решение. Точно так же прибыль на единицу шахматных наборов может быть между 6 и 3 долл., и решение при этом также не изменится. В случае с участком *A* ограничение может увеличиться до 144 (120 + 24) или уменьшиться до 84 единиц, что даст в результате увеличение либо уменьшение целевой функции на 0,33 долл. соответственно. Ограничение для участка *B* также может увеличиться до 90 единиц или уменьшиться до 60 с тем же изменением целевой функции в 0,33 долл.

Что касается участка *C*, то ограничение может увеличиваться до бесконечности (1E + 30 — это на рис. А3 мудреная запись очень большого числа, принятая в Excel) или уменьшиться на четыре единицы, не изменяя при этом целевую функцию.

## Расширенная версия функции Solver



На веб-сайте, содержится замечательный продукт под названием Premium Solver, разработанный компанией *Frontline Systems*. Этот пакет устанавливается поверх функции Solver, встроенной в Microsoft Excel, и включает в себе множество новых возможностей в сравнении с соответствующим продуктом Microsoft. Все возможности “прежней” функции Solver, конечно же, сохраняются в Premium Solver. К числу новых возможностей Premium Solver относятся следующие.

- Новая эволюционная программа решения для выполнения генетических поисков. Это средство может оказаться чрезвычайно полезным при решении задач, не относящихся к категории линейных.

**Отчет по результатам**

Целевая ячейка (максимум)

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
\$D\$5	Общая прибыль	\$64	\$64

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
\$B\$4	Решение по хоккейным клюшкам	24	24
\$C\$4	Решение по шахматным наборам	4	4

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
\$D\$9	Использование участка А	120	$DS9 \leq FS9$	Binding	0
\$D\$10	Использование участка В	72	$DS10 \leq FS10$	Binding	0
\$D\$11	Использование участка С	4	$DS11 \leq FS11$	Not Binding	6
\$B\$4	Решение по хоккейным клюшкам	24	$BS4 \geq 0$	Not Binding	24
\$C\$4	Решение по шахматным наборам	4	$CS4 \geq 0$	Not Binding	4

**Отчет по устойчивости**

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Результат издержек	Сокращение	Целевой коэффициент	Допустимое повышение	Допустимое понижение
\$B\$4	Решение по хоккейным клюшкам	24	0	2	0.666666667	0.666666667
\$C\$4	Решение по шахматным наборам	4	0	4	2	1

Ограничения

Ячейка	Имя	Результат	Теневая цена	Правая сторона ограничения	Допустимое повышение	Допустимое понижение
\$D\$9	Использование участка А	120	0.333333333	120	24	36
\$D\$10	Использование участка В	72	0.333333333	72	18	12
\$D\$11	Использование участка С	4	0	10	1E+30	6

Рис. А3. Отчеты Microsoft Excel Solver

Теневая цена — денежное выражение одной дополнительной единицы мощности.

- Отчет о линейности для нахождения мест, в которых вычисления в электронной таблице нарушают условия линейности, без которых невозможно использовать стандартный алгоритм линейного программирования.
- Отчет о выполнимости, который помогает понять, почему невозможно найти выполнимое (реально осуществимое) решение вашей задачи.
- Отчет о генеральной совокупности, который помогает объяснить решения, полученные с помощью нового средства генетического поиска.

Если вы хотите ознакомиться с новейшими приемами решения задач с помощью электронных таблиц, установите в своем компьютере Premium Solver.

## Задачи

1. С помощью функции MS Excel Поиск решения решите следующую задачу. Максимизируйте  $3X + Y$ .

$$12X + 14Y \leq 84;$$

$$3X + 2Y \leq 18;$$

$$Y \leq 4.$$

2. Решите следующую задачу с помощью функции MS Excel Поиск решения. Минимизируйте  $2A + 4B$ .

$$4A + 6B \geq 120;$$

$$2A + 6B \geq 72;$$

$$B \geq 10.$$

3. Производственная фирма прекратила выпуск одной из своих продуктовых линеек, которая оказалась нерентабельной. В результате принятия такого решения у компании высвободились значительные производственные мощности. Руководство компании изучает возможность выделения этих избыточных производственных мощностей для выпуска трех продуктов:  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ . Возможны также варианты выпуска одного или двух из этих трех продуктов. Станочное время, требующееся для обработки одного изделия, указано в таблице.

Тип станка	Продукт		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$
Фрезерный станок	8	2	3
Токарный станок	4	3	0
Шлифовальный станок	2	0	1

Доступное время в станко-часах за неделю указано в таблице.

	Количество станко-часов за неделю
Фрезерный станок	800
Токарный станок	480
Шлифовальный станок	320

По оценкам торговых представителей компании, они могут продать все изделия  $X_1$  и  $X_2$ , которые способны произвести. Однако максимальный потенциал продажи изделий  $X_3$  составляет 80 единиц в неделю.

Прибыль, получаемая от продажи каждого изделия, составляет.

Прибыль от продажи одного изделия (долл.)	
$X_1$	20
$X_2$	6
$X_3$	8

- Составьте уравнения, решив которые можно максимизировать прибыль, получаемую за одну неделю.
  - Решите эти уравнения с помощью функции Solver, встроенной в Microsoft Excel.
  - Каково оптимальное решение? Какое количество каждого продукта необходимо изготовить и какой окажется результирующая прибыль?
  - Что можно сказать об этой ситуации применительно к группам станков? Следует ли им работать на полную мощность или какую-то часть из наличного рабочего времени они должны простаивать? Будут ли изделия  $X_3$  продаваться на уровне, максимально возможном для этих изделий?
  - Допустим, что за счет сверхурочной работы фрезерных станков можно обеспечить дополнительно 200 часов работы в неделю. Увеличение затрат в этом случае составило бы 1,50 долл. в час. Можете ли вы порекомендовать такую организацию работы? Поясните ход своих рассуждений.
- Для столовых общежитий Аризонского университета разрабатывается новая диета. Основная цель заключается в том, чтобы питание обходилось студентам как можно дешевле, но рацион должен содержать от 1800 до 3600 калорий. При этом не более чем 1400 калорий должны быть из углеводов и не менее 400 из белков. Диета должна состоять из двух продуктов:  $A$  и  $B$ . Продукт  $A$  стоит 0,75 долл. за фунт и содержит 600 калорий, 400 из которых — белки, а 200 — углеводы. Каждый студент должен потреблять не больше двух фунтов продукта  $A$ . Продукт  $B$  стоит 0,15 долл. за фунт и содержит 900 калорий, из которых 700 углеводы, 100 — белки и 100 — жиры.
    - Составьте уравнения, которые отображали бы все исходные данные.
    - Решите задачу графически для каждого вида продуктов, которые должны получать студенты.
  - Сформулируйте и решите задачу 4, добавив дополнительное ограничение, состоящее в том, что не более чем 150 калорий должно поступать в организм из жиров, а цена при этом повышается до 1,75 долл. за фунт продукта  $A$  и до 2,50 долл. за фунт продукта  $B$ .
  - Компания *Logan Manufacturing* хочет смешать два вида топлива ( $A$  и  $B$ ) для своих грузовиков, чтобы минимизировать их стоимость. Для нормальной

эксплуатации машин на протяжении следующего месяца компании понадобится не менее чем 3000 литров топлива. Максимальная емкость для хранения топлива фирмы составляет 4000 литров. В наличии есть 2000 литров топлива *A* и 400 литров топлива *B*. Смешанное топливо должно иметь октановое число не меньше 80.

При смешивании топлива объем полученной смеси равен сумме смешиваемых объемов. Октановое число представляет собой среднее взвешенное отдельных октановых чисел, взятых в пропорциональном отношении от соответствующих объемов.

Известно также следующее: топливо *A* имеет октановое число 90 и стоит 1,20 долл. за литр; топливо *B* имеет октановое число 75 и стоит 0,90 долл. за литр.

- a) Составьте уравнения, отображающие эти исходные данные.
  - b) Решите задачу графически, учитывая объемы каждого используемого вида топлива. Назовите все ограничения, которые необходимо сделать для решения данной задачи.
7. Предположим, вы хотите составить бюджет, позволяющий оптимизировать некоторую часть вашего дохода после уплаты налогов. При этом вы можете выделить максимум 1500 долл. в месяц на питание, жилье и развлечения. Общая сумма, выделенная на питание и жилье, не должна превышать 700 долл., а на развлечения вы можете позволить себе выделить не больше 300 долл. в месяц. Каждый доллар, потраченный на питание, дает удовлетворение, оцениваемое в 2 балла; один доллар, потраченный на жилье, — 3 балла; а каждый доллар, потраченный на развлечения, — 5 баллов.

Предполагая линейность взаимосвязей, с помощью функции MS Excel Поиск решения определите оптимальное распределение своих средств.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- D. R. Anderson, D. J. Sweeney, T. A. Williams, *An Introduction to Management Science*. 10th ed. (Cincinnati, OH: South-Western, 2002).
- W. L. Winston, S. C. Albright, *Practical Management Science*. 2nd ed. (Belmont, CA: Duxbury Press, 2000).



# Финансовый анализ



В данном дополнении вашему вниманию представлен общий обзор основных концепций и инструментов финансового анализа, применяемых в сфере операционного менеджмента: видов издержек (постоянные, переменные, неизменные, альтернативные, покрываемые), риска, ожидаемой стоимости и амортизации (прямолинейной, кумулятивной, ускоренной, производственной и методом уменьшения балансовой стоимости). Здесь мы также обсудим вопросы, связанные с калькуляцией затрат по видам деятельности и вычислением стоимости капитала. Большое внимание уделим принятию инвестиционных решений.

## Концепции и понятия

Начнем с основных определений.

### Постоянные издержки

К *постоянным издержкам* (fixed costs) относятся любые затраты, которые остаются неизменными при изменении общего объема выпуска продукции. Несмотря на то что никакие затраты не могут считаться в полном смысле слова постоянными, многие из них на практике относят к таковым, если компания выпускает широкую гамму продукции. В качестве примера можно привести затраты на аренду помещений, налоги на недвижимость, большинство видов амортизационных отчислений, страховые платежи и затраты на выплату заработной платы высшего звена управленческого персонала.

### Переменные издержки

*Переменные издержки* (variable costs) — это затраты, которые зависят от объема выпускаемой продукции. Так, например, для выпуска каждой дополнительной единицы листовой стали корпорации *USX* потребуются определенные дополнительные затраты на материалы и оплату труда. Приросты этих дополнительных затрат на материалы и заработную плату могут учитываться изолированно и приписываться к каждой единице произведенной продукции. Переменными являются также многие накладные расходы, поскольку счета на коммунальные услуги, издержки на техническое обслуживание и ремонт, а также прочие подобные затраты зависят от объема производства.

На рис. Б1 изображены постоянные и переменные затраты в составе общих издержек. Обратите внимание, что общие издержки изменяются прямо пропорционально и в соответствии с ростом переменных затрат, в то время как постоянные остаются неизменными.

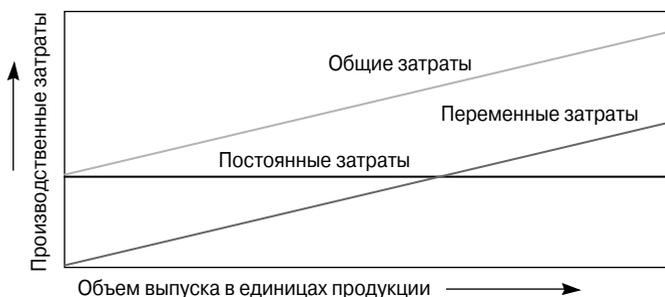


Рис. Б1. Постоянные и переменные затраты в составе общих издержек

### Неизменные издержки

*Неизменными издержками* (sunk costs) называют уже установленные в прошлом расходы или инвестиции, не имеющие ликвидационной стоимости, которые не учитываются при реализации новых проектов. Такими издержками могут также быть текущие издержки, в основном постоянные, например издержки на оплату аренды помещений. Предположим, компания, специализирующаяся на выпуске мороженого, расположена в арендованном здании и руководство рассматривает возможность расширения производства и выпуска в этих же помещениях новой продукции — шербета. Если компания решит реализовать данный проект, то бухгалтер при учете издержек производства выделит на него определенную долю издержек по аренде помещения. Однако сумма аренды здания останется неизменной, а следовательно, эти издержки при принятии решения относительно инвестиций в новое производство учитываться не будут. Затраты на аренду являются *неизменными*, поскольку аренда продолжает существовать и ее стоимость останется прежней, независимо от того, какое решение относительно выпуска новой продукции будет принято компанией.

### Альтернативные издержки

К *альтернативным издержкам* (opportunity cost) относится *упущенная прибыль* или *утраченные выгоды*, потерянные в результате того, что компания выбрала *не самый лучший возможный вариант* действий.

Допустим, у фирмы есть возможность инвестировать 100 тыс. долл. У нее имеются два инвестиционных проекта *A* и *B*, сопоставимых по степени риска. На реализацию каждого варианта необходимо 100 тыс. долл. Проект *A* принесет фирме 25 тыс. долл., а проект *B* — 23 тыс. долл. Проект *A*, несомненно, представляется более выгодной альтернативой, поскольку принесет фирме большую чистую прибыль. Однако, если по каким-то причинам будет принято решение в пользу про-

екта *B*, альтернативные издержки (или издержки неиспользованных возможностей) составят 2000 долл., т.е. это будет прибыль, утраченная в результате принятия менее выгодного проекта.

### Покрываемые издержки

*Покрываемые издержки* (avoidable costs) включают любые расходы, которые *исчезают* при инвестировании средств в новый проект, но которые *обязательно* присутствуют, если не осуществлять инвестиций. Предположим, у компании есть неисправный токарный станок и он необходим для ее технологического процесса. Неисправный станок нужно либо отремонтировать, либо заменить новым. При покупке нового станка издержек на ремонт неисправного не будет, т.е. они покрываются покупкой нового станка. Покрываемые издержки уменьшают сумму новых инвестиций, так как фирма, инвестировав средства, уже не несет прежде необходимых издержек. Покрываемые издержки демонстрируют пример, как можно “сэкономить” деньги, потратив их.

### Ожидаемая стоимость

Будущее с абсолютной точностью предсказать невозможно, поэтому любые инвестиции связаны с определенным риском. Чтобы понизить степень неопределенности, используется такая категория, как ожидаемая стоимость. *Ожидаемая стоимость* (expected value) — это предполагаемый результат, умноженный на вероятность того, что он будет достигнут. Возвратимся к приведенному выше примеру. Предполагаемый результат проекта *A* был 25 тыс. долл., а варианта *B* — 23 тыс. долл. Допустим теперь, что вероятность достижения предполагаемого результата *A* составляет 80%, а результата *B* — 90%. Тогда ожидаемая стоимость этих альтернатив определяется следующим образом:

$$\left( \begin{array}{c} \text{Ожидаемая} \\ \text{стоимость} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{Предполагаемый} \\ \text{результат} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Вероятность достижения} \\ \text{предполагаемого результата} \end{array} \right).$$

$$\text{Вариант } A: 25\,000 \times 0,80 = 20\,000 \text{ долл.}$$

$$\text{Вариант } B: 23\,000 \times 0,90 = 20\,700 \text{ долл.}$$

Таким образом, мы видим, что при данных условиях вариант *B* будет предпочтительнее, поскольку его ожидаемая стоимость на 700 долл. превышает этот показатель варианта *A*.

### Срок службы и выбытие продуктивных активов

При инвестировании средств в приносящие прибыль активы компания должна оценить срок их продуктивной службы. Бухгалтерия на протяжении этого срока начисляет амортизацию на данные активы. Предполагается, что в течение указанного периода эти активы будут выполнять определенные функции, после чего они считаются выбывшими из употребления и подлежат замене. Однако такой подход к активам часто расходится с реальностью.

Предположим, что ожидаемый срок продуктивной службы приобретенного фирмой станка десять лет. Если в любой момент в течение этого десятилетнего

срока будет сконструирован и произведен новый станок, способный выполнять те же функции с большей эффективностью или экономичностью, прежний станок устареет. И то, насколько прежний станок будет к этому моменту изношен, уже значения не имеет.

Поэтому на практике используют понятие *эффективного срока службы* станка — это период, в течение которого он обеспечивает наилучший способ выполнения той или иной операции. После появления более эффективного средства станок устаревает. Таким образом, ранее установленная *балансовая стоимость* станка может превратиться с совершенно бессмысленный показатель.

### Обесценивание

*Обесценивание* (depreciation) — это метод распределения затрат на оборудование с длительным сроком службы. Стоимость любых активов данного типа — зданий, станков и т.д. — по мере истечения срока их продуктивной службы постепенно понижается. Концепции *амортизации* (amortization) и *обесценивания* часто используются как взаимозаменяемые понятия. Однако обычно термин “амортизация” относится к распределению издержек вследствие ухудшения физических или функциональных свойств *осязаемых* (физических) активов, таких как здания и оборудование, а “обесценивание” — к распределению издержек в течение срока продуктивного использования *неосязаемых* активов, таких как патенты, аренда, франшиза и т.п.

Процедуры начисления амортизации не всегда отображают истинную стоимость активов, поскольку устаревание в любой момент может привести к значительной разнице между их фактической и балансовой стоимостью. Кроме того, поскольку степень амортизации сильно влияет на сумму налогов, компания может выбрать один из нескольких доступных методов ее начисления, в первую очередь учитывая при этом именно то, как использование данного метода сказывается на налогах, а не способность балансовой стоимости активов отображать их истинную перепродажную стоимость.

Приведем описание пяти наиболее широко применяемых методов начисления амортизации.

### Прямолинейный метод начисления амортизации

По данному методу (straight-line method) стоимость активов на протяжении всего срока их полезной службы ежегодно снижается на одинаковую сумму. Общая формула для равномерного начисления амортизации такова:

$$\left( \begin{array}{c} \text{Годовая сумма} \\ \text{амортизации} \end{array} \right) = \frac{\text{Стоимость} - \left( \begin{array}{c} \text{Ликвидационная} \\ \text{стоимость} \end{array} \right)}{\text{Срок службы}}.$$

При использовании метода прямолинейного начисления амортизации стоимость станка в 10 тыс. долл. с ликвидационной стоимостью 0 долл. и сроком службы десять лет будет уменьшаться на 1000 долл. в год на протяжении всех десяти лет. Если же, например, ликвидационная стоимость на конец данного периода равняется 1000 долл., ежегодная сумма амортизационных отчислений составит:

$$\frac{10\,000 - 1000}{10} = 900 \text{ долл.}$$

### Кумулятивный метод начисления амортизации

Данный метод (sum-of-the-years'-digits method — SYD method) обеспечивает быстрое уменьшение балансовой стоимости активов в первые годы срока их службы и замедленное — в последние годы.

Предположим, что ориентировочный срок службы составляет пять лет. Сумма целых чисел лет службы равняется:  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ . Амортизационные отчисления в первом году составят  $5/15$ , во втором —  $4/15$  и т.д., в последний год —  $1/15$ .

### Метод уменьшения балансовой стоимости

Этот метод (declining-balance method), как и предыдущий, предусматривает ускоренное начисление амортизации в начале срока службы активов. Стоимость активов снижается за счет ежегодного сокращения их остаточной стоимости на постоянный процент, т.е. ежегодная сумма амортизации определяется исходя из оставшейся неамортизированной стоимости. Для этого выбирается такая ставка амортизационных отчислений, при которой неамортизированная стоимость активов к концу указанного срока службы уменьшается до ликвидационной. При этом в конце периода амортизации стоимость активов не должна стать меньше ее ликвидационной стоимости. Использование метода уменьшения балансовой стоимости и допустимых ставок контролируется правилами Службы внутренних доходов (Internal Revenue Service). Покажем принцип начисления амортизации этим методом, воспользовавшись предыдущим примером и табличным представлением расчетов. Выберем произвольно ставку амортизации, равную 40%.

Год	Ставка амортизации	Остаточная стоимость на начало периода (долл.)	Амортизационные отчисления (долл.)	Накопленная амортизация (долл.)	Остаточная стоимость на конец периода (долл.)
1	0,40	17 000	6800	6800	10 200
2	0,40	10 200	4080	10 880	6120
3	0,40	6120	2448	13 328	3672
4	0,40	3672	1469	14 797	2203
5		2203	203	15 000	2000

Из расчета следует, что в результате последнего понижения стоимости на 40% по истечении пятого года ее стоимость стала бы ниже ликвидационной. Однако это невозможно, и поэтому стоимость уменьшена только на 203 долл., благодаря чему совпала с ликвидационной стоимостью активов.

### Метод ускоренного уменьшения балансовой стоимости

Данный метод (double-declining-balance method) также обеспечивает ускоренную амортизацию в первые годы службы активов и уменьшение суммы отчислений к концу периода и позволяет воспользоваться преимуществами при налогообложении. При этом методе используется ставка, в два раза превышающая ставку

прямолинейной амортизации, к тому же она применяется к остаточной неамортизированной стоимости. Этот метод ничем не отличается от понижающего балансового метода, кроме того, что ставка амортизации определяется удвоением ставки прямолинейного начисления амортизации. Так, например, для оборудования со сроком службы десять лет ежегодные амортизационные отчисления при прямолинейном методе составляют 10% от балансовой стоимости, а при использовании метода ускоренной амортизации — 20% в год, но уже к остаточной стоимости.

### Производственный метод амортизации

Этот метод (depreciation-by-use method) устанавливает сумму амортизации пропорционально степени использования оборудования. Так, например, он применяется для начисления амортизации станка, многократно выполняющего одну и ту же операцию. Срок службы такого станка оценивается не в годах, а в общем количестве операций, которое он, по всей вероятности, сможет выполнить, прежде чем достигнет состояния износа. Предположим, у нас есть металлоштамповочный станок стоимостью 100 тыс. долл., на котором до полного износа будет изготовлен миллион деталей. Таким образом, амортизационные отчисления на одну деталь составят:  $100\,000/1\,000\,000$ , или 0,10 долл. Если ликвидационная стоимость станка — 0 долл., то амортизационные отчисления будут следующими.

Год	Общее количество деталей в год	Амортизация на одну деталь (долл.)	Ежегодные амортизационные отчисления (тыс. долл.)	Накопленная амортизация (тыс. долл.)	Стоимость на конец периода (тыс. долл.)
1	150 000	0,10	15	15	85
2	300 000	0,10	30	45	55
3	200 000	0,10	20	65	35
4	200 000	0,10	20	85	15
5	100 000	0,10	10	95	5
6	50 000	0,10	5	100	0

Данный метод начисления амортизации связывает амортизационные отчисления с фактическим использованием актива и, таким образом, более точно отражает износ. Следует отметить также, что, поскольку перепродажная стоимость станка связана с оставшимся сроком его полезной службы, неамортизированная стоимость может приблизительно равняться ее перепродажной стоимости. Однако, конечно, остается опасность того, что благодаря техническому прогрессу станок устареет раньше установленного срока, и в этом случае неамортизированная стоимость не будет отображать его истинную стоимость.

### Калькуляция затрат по видам деятельности

Чтобы узнать, в какую сумму компании обойдется производство того или иного продукта либо оказание той или иной услуги, необходимо составить калькуляцию себестоимости единицы продукта с учетом накладных расходов по различным видам производственной деятельности. Традиционный подход состоит в том, что накладные расходы распределяются на основе прямых затрат труда,

выраженных в долларах или часах. Накладные расходы включаются в себестоимость по нормативу, который определяется делением суммарных плановых накладных расходов на бюджетную сумму прямых затрат оплаты рабочего времени. Однако при применении такого метода возникает проблема, которая связана с тем, что за последнее десятилетие доля прямых затрат труда в общих издержках производства очень сильно сократилась. Так, например, вследствие внедрения передовых производственных технологий и других способов повышения производительности во многих отраслях производства прямые затраты труда снизились до 7–10% от общих издержек производства. В результате на высокоавтоматизированных предприятиях нередко можно встретить норматив накладных расходов 600 или даже 1000%.

Такая традиционная бухгалтерская практика распределения накладных расходов по прямым затратам труда может привести к неправильным инвестиционным решениям. Так, например, компания, основываясь на результатах сравнения прогнозируемых затрат, может выбрать автоматизированные, а не трудозатратные процессы. Однако накладные расходы при оснащении новым оборудованием вовсе не исчезают, и общая себестоимость фактически нередко оказывается ниже именно при использовании трудозатратных процессов. Кроме того, такой подход нередко приводит к бесполезным затратам времени, поскольку немало времени расходуется на отслеживание прямых затрат труда. Известен пример, когда на одном заводе 65% затрат составила оплата использованного компьютерного времени и сбора информации об операциях, связанных с прямыми затратами труда, тогда как сами эти затраты составили всего 4% от общих издержек производства<sup>1</sup>.

Для решения проблем, связанных с процессом распределения накладных расходов, и для того, чтобы достичь более точного отображения фактического процентного соотношения расходов в процессе той или иной производственной деятельности, был разработан метод **калькуляции затрат по видам деятельности** (activity-based costing). В соответствии с этим методом в качестве основы для распределения накладных расходов определяются и используются причинные факторы, называемые источниками затрат. Эти факторы могут включать машинное или компьютерное время, количество занятых коек в больнице, полетные часы, количество пройденных километров и т.д. Точность распределения накладных расходов зависит от правильности идентификации источников затрат.

Калькуляция затрат по видам деятельности представляет собой двухэтапный процесс распределения затрат. На первом этапе накладные расходы распределяются по конкретным группам производственной деятельности. Эти группы представлены такими видами деятельности, как наладка станков, размещение заказов на производство, проверка качества деталей и т.д. На втором этапе затраты распределяются уже в пределах группы вида деятельности на основе количества операций, необходимых для изготовления того или иного вида продукта. На рис. Б2 показано отличие традиционного метода калькуляции затрат от калькуляции по видам производственной деятельности.

---

<sup>1</sup> Tomas Johnson and Robert Kaplan, *Relevance Lost: The Rise and Fall of Management Accounting* (Boston: Harvard Business School Press, 1987), p. 188.

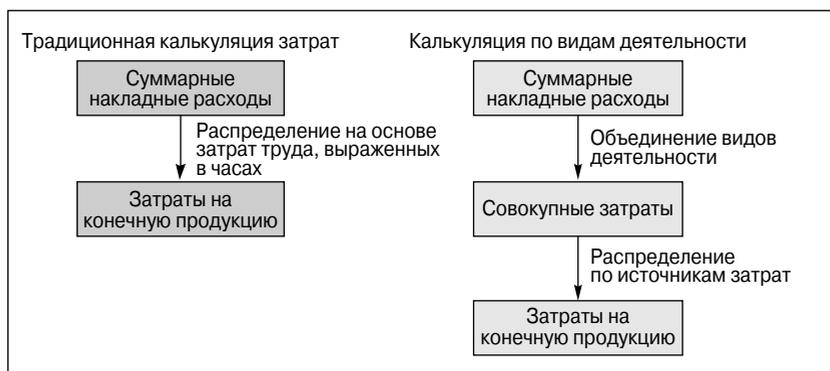


Рис. Б2. Сравнение традиционного метода калькуляции затрат с калькуляцией по видам производственной деятельности

Рассмотрим пример калькуляции затрат по видам деятельности, представленный в табл. Б1.

Пусть некая фирма выпускает два вида продуктов — *A* и *B*, на изготовление которых затрачивается одинаковое количество рабочего времени. При этом за один и тот же период времени выпускается 5000 единиц продукта *A* и 20 000 единиц продукта *B*. При использовании традиционного метода калькуляции накладные расходы были бы поделены между этими видами продуктов равномерно. При применении метода калькуляции по видам деятельности на каждую конкретную операцию приходится конкретные прямые затраты. Поскольку оба вида продуктов требуют разного количества операций, на каждую группу операций приходятся разные суммы накладных расходов.

Как уже говорилось, благодаря использованию метода калькуляции по видам деятельности можно избежать проблем, связанных с равномерным распределением затрат, поскольку затраты по каждому виду деятельности распределяются между видами продуктов на основе конкретных количеств отдельных операций, выполняемых по каждому виду продукта. Таким образом, в описанной выше ситуации суммарные затраты на наладку станков, размещение заказов на производство продукции и контроль качества по продукции, выпускаемой в меньших объемах (т.е. для продукта *A*), в расчете на одну единицу оказываются выше, чем затраты на производство продукта *B*.

Калькуляцию по видам производственной деятельности иногда называют *калькуляцией транзакций* (transactions costing). То, что расчеты основываются на операциях, дает этому методу еще одно значительное преимущество над другими методами — повышает возможность отслеживать накладные расходы и, следовательно, позволяет управленческому персоналу получать более точные данные по затратам на единицу продукции.

## Влияние налогов

Ставки налогов и порядок их применения время от времени изменяются. В ходе оценки аналитиком инвестиционных проектов налоги нередко становятся

Таблица Б1. Распределение накладных расходов по видам деятельности

Вид деятельности	Исходные данные			
	Отслеживаемые затраты (тыс. долл.)	События или операции		
		Всего	Продукт А	Продукт В
Наладка станков	230	5000	3000	2000
Контроль качества	160	8000	5000	3000
Размещение заказов на производство	81	600	200	400
Выработанные часы машинного времени	314	40 000	12 000	28 000
Получение материалов	90	750	150	600
Количество единиц выпущенной продукции		25 000	5000	20 000
Всего затрат	875			
Норматив накладных расходов по видам деятельности				
Вид деятельности	Отслеживаемые затраты (тыс. долл.)	Всего событий или операций	Норматив расходов на одно событие или операцию	
	(a)	(b)	(a)/(b)	
Наладка станков	230	5000	46 долл. на одну наладку	
Контроль качества	160	8000	20 долл. на одну проверку	
Размещение заказов на производство	81	600	135 долл. на один заказ	
Отработанные часы машинного времени	314	40 000	7,85 долл. за один час	
Получение материалов	90	750	120 долл. на одну приемку	
Накладные расходы на единицу продукции				
	Продукт А		Продукт В	
	События или операции	Сумма (тыс. долл.)	События или операции	Сумма (тыс. долл.)
Наладка станков (46 долл. на одну наладку)	3000	138	2000	92
Контроль качества (20 долл. на одну проверку)	5000	100	3000	60
Размещение заказов на производство (35 долл. на один заказ)	200	27	400	54
Выработанные часы машинного времени (7,85 долл. за один час)	12 000	94	28 000	219
Получение материалов (120 долл. на одну приемку)	150	18	600	72
Суммарные распределенные накладные расходы		377,2		497,8
Количество выпущенных единиц продукта		5000		20 000
Накладные расходы на единицу продукта (долл.)	$\left( \frac{\text{Суммарные накладные расходы}}{\text{Количество единиц продукта}} \right)$		$\left( \frac{\text{Суммарные накладные расходы}}{\text{Количество единиц продукта}} \right)$	
		75,44		24,89

Источник. R. Garrison, *Managerial Accounting*, 10th ed. (New York: McGraw-Hill, 2002).

решающим фактором, поскольку расходы на амортизацию оказывают непосредственное влияние на облагаемый налогом доход компании, а следовательно, и на ее прибыль. В этом плане до 1986 года в США на компании распространялись только *инвестиционные налоговые льготы*. Позже было разрешено списывать большую долю амортизации в ранние годы срока службы активов, что в действительности обернулось для фирм дополнительным источником средств для инвестиций. Учитывая, что налоговое законодательство непрерывно изменяется, очень важно предельно внимательно следить за законами и уметь предвидеть любые изменения в них, способные повлиять на инвестиционные и бухгалтерские процедуры.

## Выбор инвестиционного проекта

В последнее время процедура принятия инвестиционных решений достигла необходимого совершенства, о чем свидетельствует огромное разнообразие методов и инструментов, используемых для этих целей. В отличие от маркетинговых решений и решений, связанных с ценообразованием, решения относительно инвестиций теперь могут приниматься с большей уверенностью, поскольку переменные, влияющие на выбор инвестиционного решения, хорошо изучены и их можно определить с достаточно высокой степенью точности.

Инвестиционные решения можно объединить в шесть основных групп.

1. Решения о приобретении нового оборудования и других средств производства.
2. Решения о замене существующего оборудования и других средств производства.
3. Решения типа “производить или покупать”.
4. Решения типа “арендовать или приобрести”.
5. Решения о временной приостановке деятельности или закрытии завода.
6. Решения о запуске в производство или изъятии из него продуктов и производственных линий.

Инвестиционные решения принимаются с учетом *минимально приемлемой ставки* прибыли на инвестированный капитал (ROI). Отправной точкой при определении такой минимальной ставки является сумма капитала, инвестированного на покрытие всех затрат проекта. Само собой разумеется, никто не возьмется за реализацию инвестиционного проекта, если нет надежды как минимум вернуть стоимость вложенного в него капитала.

Как правило, инвестиционные проекты оцениваются на основе дохода, который они приносят сверх стоимости инвестированного в них капитала. Чаще всего компании с ограниченными инвестиционными фондами выбирают инвестиционные альтернативы, обещающие самую высокую *чистую* прибыль. (*Чистая прибыль* — это доход от инвестированного капитала после вычитания из суммы валового дохода стоимости капитала, использованного на финансирование проекта.) В общем же случае инвестиционный проект, как правило, не принимают, если прибыль от него меньше *маржинальной (предельной) стоимости* от инвестирован-

ного капитала. (*Маржинальная стоимость* — это прирост стоимости по каждому новому приобретению производственных активов у сторонних источников.)

## Вычисление стоимости капитала

**Стоимость капитала** (cost of capital) вычисляется на основе взвешенного среднего значения издержек по долговым обязательствам и акционерному капиталу. Это значение может варьироваться в зависимости от выбранной компанией стратегии финансирования. Наиболее распространенными источниками финансирования являются кратко- и долгосрочная задолженности и акции. Примером краткосрочной задолженности может служить банковский заем; продажа облигаций обычно относится к долгосрочной задолженности, к ней же относится такая широко применяемая форма финансирования, как выпуск и продажа акций. Приведем примеры каждой из этих форм финансирования, а затем покажем, как их объединить для определения взвешенной средней стоимости капитала.

**Ставка краткосрочной задолженности** (short-term debt) зависит от процентной ставки по займу и от того, дисконтируется данный заем или нет:

$$\left( \begin{array}{c} \text{Ставка краткосрочной} \\ \text{зadolженности} \end{array} \right) = \frac{\text{Сумма выплачиваемого процента}}{\text{Полученная сумма}}$$

Как мы помним, доходы по процентам — это облагаемые налогом денежные потоки компании. Если банк дисконтирует заем, процентная ставка вычитается из его номинальной суммы, в результате чего полученная сумма уменьшается. Если банк требует наличия гарантийного остатка на расчетном счете (т.е. в качестве гарантии он удерживает определенный процент номинальной стоимости займа), то полученная сумма еще уменьшается. В любом случае фактическая или действительная процентная ставка по займу будет выше номинальной процентной ставки из-за того, что полученная по нему сумма всегда меньше суммы (номинальной стоимости) самого займа.

### Пример краткосрочной задолженности

Предположим, некая компания взяла в банке заем на сумму 150 тыс. долл. сроком на один год под 13% годовых. Данный заем дисконтируется, и банк требует наличия гарантийного остатка в размере 10%. Действительная процентная ставка по данному займу вычисляется следующим образом:

$$\frac{13\% \times 150\,000 \text{ долл.}}{(150\,000 - 15\,000 - 19\,500) \text{ долл.}} = \frac{19\,500}{115\,500} = 16,89\%$$

Ниже показан расчет суммы, фактически полученной компанией (долл.).

Номинальная сумма займа	150 000
Вычитаемая сумма по процентам (13% × 150 000)	–19 500
Компенсационный остаток (10% × 150 000)	–15 000
Полученная сумма	115 500

Обратите внимание, что действительная процентная ставка значительно превышает номинальную.

**Долгосрочная задолженность** (long-term debt), как правило, является результатом продажи корпоративных облигаций. Реальную стоимость облигаций определяют исходя из двух видов ставок — простой ставки и действительной (фактической ставки погашения). Первую ставку проще рассчитать, но вторая более точная. Номинальная годовая процентная ставка определяет номинальную выплачиваемую сумму по процентам и всегда объявляется при выпуске облигаций. Облигации, как правило, выпускаются номиналом 1000 долл. и продаются по эмиссионному курсу, который определяется спросом на рынке ценных бумаг и может быть либо выше номинальной стоимости облигации, т.е. с наценкой, либо ниже номинальной, т.е. со скидкой. Если облигации продаются со скидкой, суммарный доход будет выше номинальной процентной ставки. Если облигации продаются по стоимости выше номинала, суммарный доход будет ниже номинальной процентной ставки.

Эмиссионный курс облигаций — это номинальная стоимость с учетом скидки или наценки.

$$\left( \begin{array}{c} \text{Простая} \\ \text{ставка} \end{array} \right) = \frac{\text{Номинальный доход}}{\text{Эмиссионный курс облигации}}$$

$$\left( \begin{array}{c} \text{Действительная} \\ \text{ставка (ставка} \\ \text{погашения)} \end{array} \right) = \frac{\left( \begin{array}{c} \text{Номинальный} \\ \text{доход} \end{array} \right) + \frac{\text{Скидка (наценка)}}{\text{Количество лет}}}{\frac{\text{Эмиссионный курс} + \text{Номинальный курс}}{2}}$$

#### Пример долгосрочной задолженности

Предположим, некая компания выпустила 12%-ные облигации на сумму 400 тыс. долл., со сроком погашения десять лет по эмиссионной ставке 97%. Вычисление дохода выполняется следующим образом.

Номинальная ежегодная выплата (долл.)	$12\% \times 400\,000 = 48\,000$
Поступления от продажи облигаций (долл.)	$97\% \times 400\,000 = 388\,000$
Скидка против номинала (долл.)	$3\% \times 400\,000 = 12\,000$
Простая ставка	$\frac{12\% \times 400\,000 \text{ долл.}}{97\% \times 400\,000 \text{ долл.}} = \frac{48\,000}{388\,000} = 12,4\%$
Действительная ставка (ставка погашения)	$\frac{48\,000 + \frac{12\,000}{10}}{\frac{388\,000 + 400\,000}{2}} = \frac{48\,000 + 1200}{394\,000} = 12,5\%$

Обратите внимание: поскольку облигации продаются со скидкой, доход превышает номинальную процентную ставку в 12%. Суммы, получаемые по процентам облигационных займов, облагаются налогом.

**Фактические издержки по простым акциям** (налог по ним не взимается) проявляются в форме дивидендов и могут быть оценены по формуле

$$\left( \begin{array}{c} \text{Издержки} \\ \text{по акциям} \end{array} \right) = \frac{\text{Дивиденды в расчете на акцию}}{\text{Стоимость одной акции}} + \left( \begin{array}{c} \text{Темпы роста} \\ \text{дивидендов} \end{array} \right),$$

где стоимость одной акции равна разнице рыночного курса акции и стоимости выпуска новых акций (т.е. затрат, связанных с выпуском ценных бумаг, например, на оплату комиссионных брокеру, на печать и т.д.). Следует отметить, что такая оценка не учитывает ожидание инвестором повышения рыночного курса акций. Это ожидание основывается на предполагаемых темпах роста дохода в расчете на одну акцию и на соответствующей степени риска, на который идут при приобретении данных акций. Чтобы учесть оба этих фактора, необходимо использовать модель ценообразования основного капитала (capital asset pricing model — CAPM)<sup>2</sup>.

#### **Пример определения издержек по акциям**

Компания платит дивиденды в размере 10 долл., чистая стоимость одной акции — 70 долл., темп роста дивидендов 5%. Тогда имеем:

$$\text{Издержки по акциям} = \frac{10 \text{ долл.}}{70 \text{ долл.}} + 0,05 = 19,3\%.$$

Чтобы рассчитать **взвешенную среднюю стоимость капитала**, вначале определяется доля (в процентах) каждого финансового источника в совокупном капитале. Затем вычисляется относительная стоимость по каждому такому источнику после уплаты налогов. И наконец, определяются весовые коэффициенты по каждому источнику капитала пропорционально их доле в совокупном капитале.

#### **Пример вычисления взвешенной средней стоимости капитала**

Рассмотрим пример компании, в финансовой отчетности которой приведены следующие показатели.

Краткосрочный банковский заем (13%)	1 млн. долл.
Облигации к оплате (16%)	4 млн. долл.
Простые акции (10%)	5 млн. долл.

В этом примере мы будем исходить из предположения, что каждый приведенный выше процентный показатель отображает стоимость источника капитала. Кроме этих данных, нам следует учесть ставку налога компании, поскольку проценты, выплачиваемые по облигациям и краткосрочному займу, будут облагаться налогом. Предположим, что корпоративная налоговая ставка компании составляет 40%.

<sup>2</sup> Описание модели CAPM можно найти во многих учебниках по финансам. См., например, Zvi Bodie, Alex Kane and Alan Marcus, *Investment*, 2nd ed. (Burr Ridge, IL: Richard D. Irwin, 1996), p. 236–265.

	Доля в совокупном капитале (%)	Относительная стоимость после уплаты налогов (%)	Взвешенная средняя стоимость (%)
Краткосрочный банковский заем	10	$13\% \times 60\% = 7,8$	0,78
Облигации к оплате	40	$16\% \times 60\% = 9,6$	3,84
Простые акции	50	10	5
Итого взвешенная средняя стоимость капитала	100		9,62

Следует помнить, что все вычисления, приведенные в данном разделе, проводились на основе множества допущений. При использовании описанных выше подходов в конкретной ситуации состав этих допущений может очень сильно меняться, однако основные понятия останутся неизменными. Не забывайте, что главная цель заключается в определении стоимости капитала, используемого компанией, после выплаты налогов. В нашем примере мы использовали показатель совокупного капитала фирмы, но во многих случаях расчеты выполняются только относительно капитала, занятого в конкретном проекте.

## Эффект процентной ставки

Существует два основных метода расчета эффекта накопления процентов. Один из них заключается в вычислении общей суммы, получаемой в течение определенного временного периода на конкретный момент в будущем, т.е. в определении *будущей стоимости*. Второй, наоборот, предусматривает приведение будущих денежных потоков и соответствующих процентов к настоящему времени, т.е. определяется *нынешняя стоимость*.

### Будущая стоимость единичной суммы

Сегодня нередко приходится слышать высказывание Альберта Эйнштейна, который назвал сложные проценты восьмым чудом света. Возможно, что, ознакомившись с содержанием данного раздела, в котором говорится о внушительном эффекте роста процента в течение длительного периода времени, вы предложите новый государственный закон: при рождении ребенка родители будут обязаны открыть для него пенсионный счет в размере 1000 долл., которым он сможет воспользоваться, достигнув 65-летнего возраста. Это могло бы снизить давление на социальную службу и другие государственные и федеральные планы пенсионного обеспечения. Конечно, инфляция значительно понизит стоимость вклада, но все равно большая часть останется. При 14%-ном доходе на инвестированный капитал (а в наши дни многие финансовые учреждения предлагают долгосрочные проценты под более чем 14%) наши 1000 долл. дадут за 65 лет сумму 500 тыс. долл. (это после вычитания инфляционных 4,5 млн. долл.). Таким образом, даже с учетом инфляции будет 500-кратное увеличение.

Подобные вычисления без труда можно выполнить с помощью электронных таблиц и калькулятора. Во врезке “Применение электронных таблиц Excel в финансовых расчетах” описаны некоторые самые часто используемые финансовые функции Excel. Однако многие и сегодня предпочитают пользоваться таблицами сложных процентов. Так, например, воспользовавшись табл. 1, приведенной

в приложении Ж, мы можем определить, что стоимость одного доллара при 10%-ной ставке через три года составит 1,331 долл. Умножив эту цифру на 10 долл., мы получим 13,31 долл.

### ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ EXCEL В ФИНАНСОВЫХ РАСЧЕТАХ

Наиболее распространенные электронные таблицы MS Excel имеют набор очень полезных функций для выполнения различных финансовых расчетов, которыми, безусловно, должны овладеть студенты. Однако, несмотря на то что соответствующее программное обеспечение значительно упрощает процедуру вычислений, очень важно также понимать, что же на самом деле вычисляет компьютер. Кроме того, следует уметь проверять расчеты вручную, чтобы убедиться, что в электронных таблицах использовались правильные формулы. Рассказывают немало страшных историй об ужасных последствиях неправильных решений из-за ошибок при использовании электронных таблиц.

В этой врезке вашему вниманию предлагается краткое описание самых часто используемых финансовых функций, взятых из справочного материала по Microsoft Excel.

**PV (rate, nper, pmt).** Данная функция определяет (возвращает) нынешнюю стоимость инвестиций. Нынешняя стоимость — это общая сумма ряда будущих платежей, приведенная к настоящему времени. Так, например, когда мы берем в долг деньги, сумма займа будет для кредитора нынешней стоимостью. *rate* — это процентная ставка за определенный период. Например, если вы получили заем на приобретение автомобиля под 10% годовых и проводите платежи ежемесячно, то месячная процентная ставка будет равняться:  $10\%/12 = 0,83\%$ . Таким образом, в качестве процентной ставки в формулу следует ввести  $10\%/12$ ,  $0,83\%$  или  $0,0083$ . *nper* — это общее количество периодов платежей по аннуитету. Например, если вы получили четырехгодичный заем на приобретение машины и проводите платежи ежемесячно, то ваш заем распределен на  $4 \times 12 = 48$  периодов. Следовательно, в качестве параметра *nper* вводим в формулу число 48. *pmt* — это сумма платежа в каждый период, которая должна быть неизменной и одинаковой на протяжении всего срока аннуитета. Как правило, она состоит из основной суммы и суммы процентных платежей и не включает никаких других сборов и налоговых платежей. Так, например, ежемесячный платеж по четырехлетнему займу в размере 10 тыс. долл., взятому под 12%, составляет 263,33 долл. Это значение и вводится в формулу как параметр *pmt*.

**FV (rate, nper, pmt).** Данная функция служит для расчета будущей стоимости инвестиций, предусматривающих периодические одинаковые платежи и постоянную процентную ставку. *rate* — это процентная ставка за один период, *nper* — общее количество периодов аннуитета, а *pmt* — платеж, проводимый в каждый период, который остается неизменным на протяжении всего срока аннуитета. Этот показатель обычно включает основную сумму и сумму выплат процентного платежа и не содержит каких-либо других сборов или налоговых платежей.

**NPV (rate, value1, value2, ...).** Данная функция определяет чистую нынешнюю стоимость инвестиций, основанную на ряде периодических денежных потоков и конкретной учетной ставке. Чистая нынешняя стоимость инвестиций — это стоимость ряда будущих платежей (отрицательные значения) и прибылей (положительные значения) на сегодня. *rate* — это учетная ставка за один период. Значения *value1*, *value2*, ... должны быть равномерно распределены во времени и приходятся на конец каждого периода.

**IRR (values).** Эта функция определяет внутреннюю ставку доходности последовательности денежных потоков, представленных определенным количеством значений. Предполагается, что в этом случае денежные потоки не одинаковы, как при аннуитете.

Внутренняя ставка доходности — это процентная ставка по инвестициям, определяемая по платежам (отрицательные значения) и прибылям (положительные значения), учитываемым с определенной периодичностью. *values* — это ряд данных или ссылок на ячейки, содержащий числа, для которых вы хотели бы вычислить внутреннюю ставку доходности. Для таких вычислений *values* должны включать как минимум одно положительное и одно отрицательное значения. При вычислении внутренней ставки доходности порядок ввода значений должен соответствовать порядку поступления и выбытия денежных потоков, поэтому будьте внимательны и вводите значения платежей и прибылей в нужной последовательности.

*Источник.* Microsoft Excel, справочные материалы по использованию финансовых функций.

### Аннуитет

*Аннуитетом* (annuity) называют ежегодное поступление одинаковых сумм на протяжении определенного количества лет. Обычно выплата по аннуитету поступает на конец периода (года) и процент за истекший период не начисляется. Таким образом, аннуитет в размере 10 долл. на три года принесет 10 долл. на конец первого года (при этом данная сумма приносит определенное процентное поступление за оставшиеся два года), 10 долл. на конец второго года с процентами за оставшийся один год и 10 долл. на конец третьего года (времени на начисление процента не остается). Если поступления по аннуитету в 10 долл. были помещены на сберегательный банковский счет под 5% годовых сроком на три года, тогда общая будущая стоимость данной суммы будет следующей.

Год	Поступление на конец года (долл.)		Коэффициент сложных процентов $(1 + i)^n$	=	Стоимость на конец третьего года (долл.)
1	10,00	×	$(1 + 0,05)^2$	=	11,02
2	10,00	×	$(1 + 0,05)^1$	=	10,50
3	10,00	×	$(1 + 0,05)^0$	=	10,00
					31,52

Общая формула для вычисления будущей стоимости аннуитета имеет следующий вид:

$$S_n = R[(1 + i)^{n-1} + (1 + i)^{n-2} + \dots + (1 + i)^1 + 1],$$

где  $S_n$  — будущая стоимость аннуитета;

$R$  — периодические поступления в долларах;

$n$  — продолжительность аннуитета в годах.

Применив эту формулу к описанному выше примеру, получаем:

$$S_n = R[(1 + i)^2 + (1 + i) + 1] = 10[(1 + 0,05)^2 + (1 + 0,05) + 1] = 31,52 \text{ долл.}$$

В табл. 2 в приложении Ж находим, что коэффициент будущей стоимости суммы в 1 долл. при 5%-ной ставке и трехгодичном аннуитете равен 3,152. Умножив этот показатель на 10 долл., получаем 31,52 долл.

Способом, аналогичным описанному в предыдущем примере, рассмотрим преимущества ежегодного инвестирования 2000 долл. в пенсионный фонд на-

чиная с 21-летнего возраста. Предположим, вы можете приобретать облигации высшего класса по рейтингу агентства *Standard & Poor*, приносящие 9%-ную прибыль. Воспользовавшись табл. 2 в приложении Ж, находим, что по истечении тридцати лет (т.е. когда вы достигнете 51 года) сумма ваших накоплений составит:  $136,3 \times 2000$  долл., т.е. 272 600 долл. Спустя еще четырнадцать лет (когда вам исполнится 65 лет) сумма накоплений увеличится до 963 044 долл. (Эта сумма определена на карманном калькуляторе, поскольку в табл. 2 приложения Ж приведены значения только для тридцатилетнего периода. И следует не забывать, что такая сумма будет получена вами при условии, что, начиная с 21-летнего возраста, на конец каждого года вы будете откладывать на счет 2000 долл.) Таким образом, без особых усилий вы к пенсионному возрасту становитесь миллионером! Но кто задумывается о пенсии в 21 год?!

### Нынешняя стоимость будущего единичного платежа

Концепция будущей стоимости используется для определения размеров будущих платежей по истечении определенного периода времени. Процедура определения нынешней стоимости (present value — PV) является обратной. Ее используют для определения нынешней стоимости потока поступлений, которые ожидаются в будущем. Большинство методов принятия инвестиционных решений основано не на будущей стоимости, а именно на концепции нынешней стоимости. Поскольку решения, влияющие на будущее, принимаются инвесторами сегодня, целесообразнее преобразовать будущие поступления в показатели их нынешней стоимости на момент принятия решения. В этом случае на основе нынешних долларовых показателей можно более точно оценить инвестиционные альтернативы.

Данная идея будет понятнее, если объяснить ее на конкретном примере. Представьте, что богатый дядюшка предложил вам в качестве подарка на выбор 100 долл. сегодня или 250 долл. через десять лет. Какой вариант вы выберете? Вам необходимо определить, будут ли 250 долл. спустя десятилетие стоить больше, чем сегодня стоят 100 долл. Предположим, что ваше решение основано на конкретном уровне инфляции в экономике вашей страны и вы считаете, что ее средний уровень будет 10% в год. Дефлировав сумму в 250 долл., вы сможете сравнить ее покупательную способность с сегодняшней покупательной способностью суммы в 100 долл. В соответствии с принятой процедурой эта операция выполняется решением уравнения приведения будущей стоимости по формуле

$$V = P(1 + i)^n,$$

где  $V$  — будущая стоимость (250 долл.) по истечении десятилетнего периода при 10%-ной инфляции.

Разделив обе части уравнения на  $(1 + i)^n$ , получаем:

$$P = \frac{V}{(1 + i)^n} = \frac{250}{(1 + 0,10)^{10}} = 96,39 \text{ долл.}$$

Таким образом, мы видим, что при 10%-ной инфляции 250 долл. через десять лет будут соответствовать сегодняшним 96,39 долл. Следовательно, целесообразнее принять от дяди 100 долл. сегодня.

При решении задач, связанных с определением текущей стоимости, также часто пользуются специальными таблицами. Так, воспользовавшись табл. 3 приложения Ж, мы легко можем определить, что коэффициент нынешней стоимости 1 долл., полученного по истечении десятилетнего периода, будет 0,386. Умножив этот коэффициент на 250 долл., получаем примерно тот же результат — 96,50 долл.

### Нынешняя стоимость аннуитета

Нынешняя стоимость аннуитета — это стоимость ежегодных одинаковых поступлений в течение определенного периода, выраженная в сегодняшних показателях. Чтобы определить стоимость трехгодичного аннуитета в 100 долл. при 10%-ной дисконтной ставке, рассчитаем в таблице коэффициенты приведения к нынешней стоимости (коэффициенты дисконтирования) на *каждый год* трехлетнего периода, в течение которого поступают платежи по аннуитету, и умножим каждое поступление на соответствующие коэффициенты. Затем просуммируем полученные значения. Помните, что аннуитетные платежи поступают на конец каждого периода.

Год	Сумма, полученная на конец года (долл.)	×	Коэффициент дисконтирования при дисконтной ставке 10%	=	Нынешняя стоимость (долл.)	
1	100	×	0,909	=	90,90	
2	100	×	0,826	=	82,60	
3	100	×	0,751	=	75,10	
Общая сумма поступлений			300		Суммарная нынешняя стоимость	248,60

Общая формула для расчета нынешней стоимости аннуитета имеет следующий вид:

$$A_n = R \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right],$$

где  $A_n$  — нынешняя стоимость аннуитета сроком на  $n$  лет;

$R$  — периодические поступления по аннуитету;

$n$  — продолжительность аннуитета в годах.

Применив данную формулу к описанному выше примеру, получаем:

$$A_n = 100 \text{ долл.} \times \left[ \frac{1}{(1+0,10)} + \frac{1}{(1+0,10)^2} + \frac{1}{(1+0,10)^3} \right] = 100 \times 2,487 = 248,70 \text{ долл.}$$

В табл. 4 в приложении Ж приведены коэффициенты дисконтирования аннуитета с разными сроками платежа. Как мы видим, коэффициент дисконтирования стоимости для трехгодичного аннуитета в 1 долл. при 10%-ной ставке равен 2,487 (табл. 4, приложение Ж). Учитывая, что в условиях нашей задачи указана сумма не 1 долл., а 100 долл., умножаем этот коэффициент на 100 долл. и получаем значение 248,70 долл.

Если же поток будущих поступлений неравномерен, необходимо отдельно вычислять нынешнюю стоимость каждого ежегодного поступления. После этого значения нынешних стоимостей поступлений за все годы суммируются, в результате чего получаем суммарную нынешнюю стоимость. Эта процедура иногда бывает трудоемкой и длительной, но обойтись без нее невозможно.

### Дисконтированный денежный поток

Термин **дисконтированный денежный поток** (discounted cash flow) применяется для определения нынешней стоимости общего потока платежей, которые будут результатом использования активов в будущем. Дисконтирование денежного потока — это не что иное, как приведение к нынешней стоимости всех потоков: единичных платежей, аннуитетов и т.д.

## Методы сравнения инвестиционных проектов

### Чистая нынешняя стоимость

В бизнесе для сравнения инвестиционных проектов обычно используется показатель чистой нынешней стоимости (net present value — NPV). Его применение, как правило, основывается на определении превышения нынешней стоимости прогнозируемого потока прибыли над стоимостью инвестиций.

Предположим, фирма рассматривает две инвестиционные альтернативы. Первая оценивается в 30 тыс. долл., а вторая — в 50 тыс. долл. Ожидаемые ежегодные потоки прибыли указаны в приведенной ниже таблице.

Год	Входящий денежный поток (тыс. долл.)	
	Альтернатива А	Альтернатива В
1	10	15
2	10	15
3	10	15
4	10	15
5	10	15

Чтобы выбрать самую выгодную из этих двух альтернатив, необходимо определить, какая из них имеет большую чистую нынешнюю стоимость. Предположим, что ставка дисконтирования составляет 8%.

Альтернатива А (долл.)	Альтернатива В (долл.)
3,993 (коэффициент дисконтирования) × × 10 000 = 39 930	3,993 (коэффициент дисконтирования) × × 15 000 = 59 895
Минус сумма инвестиций = 30 000	Минус сумма инвестиций = 50 тыс. долл.
Чистая нынешняя стоимость = 9930	Чистая нынешняя стоимость = 9895

Таким образом, видно, что альтернатива А более выгодна. Ее чистая нынешняя стоимость превышает данный показатель альтернативы В на 35 долл. (9930 – 9895 = 35).

### Период окупаемости

**Период окупаемости** (payback period) служит для сравнения инвестиций по времени, необходимому для того, чтобы они принесли прибыль, равную их стоимости. Идея в данном случае в следующем: чем быстрее вы сможете возратить инвестированный капитал, тем быстрее его вновь можно будет вложить в новый прибыльный проект. Таким образом, фирма получит большую прибыль от имеющихся в ее распоряжении инвестиционных средств.

Сравним два инвестиционных проекта, для реализации каждого из которых необходимо 1000 долл. Ожидается, что первый проект будет приносить прибыль 200 долл. ежегодно на протяжении последующих шести лет, а второй — по 300 долл. первые три года и по 100 долл. в год в три последних года.

Если выбрана первая альтернатива, то исходная инвестированная сумма 1000 долл. будет возвращена по истечении пятого года; прибыль же, полученная при выборе второй альтернативы, достигнет суммы 1000 долл. уже на конец четвертого года. Следовательно, при второй альтернативе вы сможете реинвестировать средства в размере 1000 долл. в новый приносящий прибыль проект на год раньше, чем при выборе первого варианта вложения средств.

Несмотря на то что в последнее время оценка инвестиций на основе периода окупаемости в виде самостоятельного аргумента для принятия инвестиционного решения применяется все реже, ее по-прежнему часто используют в комбинации с другими методами для определения временных затрат вложенных средств. Основные проблемы данного метода заключаются в том, что не учитывается прибыль, получаемая вне пределов периода окупаемости, а также в том, что при его применении игнорируется обесценивание денег. Следует всегда помнить, что решения, принимаемые с использованием любого метода, не учитывающего изменения стоимости денег во времени, необходимо подкреплять другими способами и процедурами.

### Внутренняя ставка доходности

**Внутреннюю ставку доходности** (internal rate of return — IRR) можно определить как процентную ставку, уравнивающую нынешнюю стоимость потока прибыли со стоимостью инвестиций. Процедуры или формулы для прямого вычисления внутренней ставки доходности не существуют. Этот показатель получают путем интерполяции либо в результате итерационных вычислений.

Предположим, мы хотим вычислить внутреннюю ставку доходности инвестиций в сумме 12 тыс. долл., при которых ожидается ежегодный входящий денежный поток в сумме 4000 долл. на протяжении четырех лет. Сначала определим коэффициент прироста стоимости.

$$\frac{12\,000 \text{ долл.}}{4000 \text{ долл.}} = 3,000.$$

Затем необходимо найти процентную ставку, при которой в течение четырехлетнего периода будет получен данный коэффициент. Поскольку коэффициент 3,000 находится в диапазоне 2,914–3,037 (см. четвертую строку в табл. 4 в при-

ложении Ж), эта дисконтная ставка должна быть в диапазоне между 12 и 14%. Линейная интерполяция данных значений дает следующий результат:

$$I = 12 + (14 - 12) \frac{(3,037 - 3,000)}{(3,037 - 2,914)} = 12 + 0,602 = 12,602\%$$

В итоге мы получаем достаточно точный показатель фактической внутренней ставки доходности.

Дисконтировав входящий денежный поток по ставке 12,6%, получим нынешнюю стоимость, наиболее близкую к стоимости инвестированных средств. Следовательно, при внутренней ставке доходности, равной 12,6%, все вложенные денежные средства по данной инвестиции будут возвращены.

В основе методов оценки инвестиций по чистой нынешней стоимости и внутренней ставке доходности лежат, в сущности, одинаковые процедуры. Они отличаются тем, что при использовании метода чистой нынешней стоимости инвестиционные альтернативы сравниваются на основе долларовой суммы превышения стоимости инвестированных средств, в то время как метод внутренней ставки доходности позволяет сравнивать ставки дохода альтернативных инвестиций. Следует отметить, что при применении второго метода часто приходится сталкиваться с вычислительными проблемами, поскольку этот метод основан на многоитерационных операциях.

### Сравнение проектов с разными продолжительностями

Если инвестиционные проекты имеют одинаковую продолжительность, их сравнение с использованием описанных выше методов дает довольно точную картину соотношения их стоимостей. Если же сроки разные, возникает ряд вопросов. Как сравнивать такие инвестиции? Следует ли рассматривать замещаемое оборудование так же, как и первоначальное? Как учитывать разную производительность оборудования в инвестиционных альтернативах? Каким образом следует оценивать стоимость вводимой единицы оборудования?

В таких случаях никакие предварительные оценки инвестиций, по которым принимаются решения, не могут быть сделаны с достаточной точностью. Поэтому при сравнении разных инвестиционных альтернатив необходимо учитывать все принимаемые допущения.

## Примеры задач на принятие инвестиционных решений

---

### Пример 1. Решение о расширении предприятия

Компания *William J. Wilson Ceramic Products, Inc.* арендует предприятие по производству огнеупорного кирпича. Поскольку в последнее время наблюдается устойчивый рост спроса на данную продукцию, руководство предположило, что фирма может увеличить объемы продаж, инвестировав средства в новое оборудование и тем самым увеличив объем выпуска кирпичей. Продажная цена составляет 10 долл. за единицу продукции, и прогнозируется, что после увеличения объемов выпуска и продаж она не изменится. На основе заводской проектной оценки эксплуатационных расходов и оценки издержек производства бухгалтерия предоставила руководству смету. По данной смете планируется увеличение ежегодного объема производства на 100 тыс. кирпичей.

Стоимость нового оборудования с ожидаемым сроком службы пять лет	500 тыс. долл.
Затраты на установку нового оборудования	20 тыс. долл.
Ожидаемая ликвидационная стоимость	0
Доля новых операций в затратах на оплату аренды (в год)	40 тыс. долл.
Повышение затрат на оплату коммунальных услуг (в год)	40 тыс. долл.
Повышение затрат на оплату труда (в год)	160 тыс. долл.
Дополнительные затраты на сырье (в год)	400 тыс. долл.

Для начисления амортизации планируется использовать кумулятивный метод; налоговая ставка составляет 40%. Политика компании предусматривает вложение инвестиций только в проекты с прогнозируемой ставкой дохода не меньше 20%. Следует ли фирме реализовать данный проект?

### Решение

Вначале вычисляем сумму инвестиций.

Затраты на приобретение нового оборудования	500 тыс. долл.
Затраты на установку нового оборудования	20 тыс. долл.
Общая стоимость проекта	520 тыс. долл.

Затем определяем ежегодные денежные потоки на протяжении всего проекта.

Оплата аренды относится к покрываемым издержками. Это означает, что компания будет нести их независимо от того, будет она реализовывать данный проект или нет. Следовательно, эти затраты не зависят от принятого решения и их можно опустить. Учитывать следует такие ежегодные производственные издержки, как затраты на оплату коммунальных услуг, труда и сырья, что в сумме составит 600 тыс. долл. в год.

Ежегодный валовой доход от продаж составит: 10 долл.  $\times$  100 000 единиц продукции, т.е. 1 млн. долл. Таким образом, ежегодная прибыль перед амортизационными отчислениями и налоговыми выплатами будет равна разнице валового дохода (1 млн. долл.) и суммы учитываемых издержек (600 тыс. долл.), т.е. 400 тыс. долл.

Далее кумулятивным методом определим сумму амортизационных отчислений, которые повлияют на сумму прибыли (400 тыс. долл.), по сумме целых чисел лет службы (эта сумма для пятилетнего периода амортизации равна  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ ).

Год	Взимаемая доля амортизации от суммы 500 тыс. долл.			Амортизационные отчисления (долл.)
1	5/15	$\times 500\ 000$	=	166 667
2	4/15	$\times 500\ 000$	=	133 333
3	3/15	$\times 500\ 000$	=	100 000
4	2/15	$\times 500\ 000$	=	66 667
5	1/15	$\times 500\ 000$	=	33 333
Накопленная амортизация				500 000

Теперь нужно вычислить ежегодный денежный поток при налоговой ставке 40%. Для примера покажем, как он рассчитывается для первого года.

Прибыль до уплаты налогов и начисления амортизации	400 тыс. долл.	
За вычетом:		
налога в размере 40% ( $40\% \times 400\,000$ )	160 тыс. долл.	
экономии на налогах вследствие отчислений на амортизацию ( $40\% \times 166\,667$ )	66 667 долл.	93 333 долл.
Денежный поток первого года		306 667 долл.

После этого определяем нынешнюю стоимость денежного потока. Поскольку компания *Wilson* принимает в работу только проекты, в которых ставка дохода по инвестициям не меньше 20%, умножаем денежные потоки на коэффициенты дисконтирования соответствующих лет. В данном случае, поскольку денежные потоки не являются аннуитетными, для каждого года необходимо использовать свой конкретный коэффициент.

Год	Коэффициент дисконтирования		Денежный поток	=	Нынешняя стоимость (долл.)
1	0,833	×	306 667	=	255 454
2	0,694	×	293 333	=	203 573
3	0,579	×	280 000	=	162 120
4	0,482	×	266 667	=	128 533
5	0,402	×	253 334	=	101 840
Общая нынешняя стоимость денежного потока (дисконтированного по ставке 20%)					851 520

Теперь определим, можно ли ожидать поступления чистой нынешней прибыли.

Суммарная нынешняя стоимость денежных потоков	851 520 долл.
Общая сумма инвестиций	520 000 долл.
Чистая нынешняя стоимость	331 520 долл.

Как мы видим, при 20%-ном дисконтировании проект обеспечивает поступление чистой нынешней прибыли, следовательно, его стоит реализовать.

## Пример 2. Решение о замене оборудования

Компания *Bennie's Bewery* использует в своем технологическом процессе станок для наклейки этикеток на бутылки. Этот станок был приобретен за 4000 долл., и на протяжении десяти лет начислялась амортизация прямолинейным методом, в результате чего по истечении данного периода ликвидационная стоимость станка достигла 0 долл. В настоящее время можно продать станок за 2000 долл. Компания может приобрести новый станок за 6000 долл., срок эффективной службы которого — пять лет, а затраты на оплату рабочей силы при его эксплуатации сокращаются на 1200 долл. в год. Если оставить старый станок, то для его эксплуатации потребуются капитальный ремонт, ориентировочная стоимость которого составит 300 долл. При покупке нового станка амортизация будет начисляться на протяжении пяти лет также прямолинейным методом. Ликвидационная стоимость нового станка составит 500 долл. Компания инвестирует средства в проекты только при условии, что планируемая прибыль составляет не меньше 12% от стоимости вложенного капитала. Ставка налога 40%. Следует ли *Bennie's Bewery* инвестировать средства в данный проект?

**Решение**

Вначале вычисляем сумму инвестиций в долл.

Цена нового станка		6000
За вычетом:		
Стоимости продажи старого станка	2000	
Издержек на капитальный ремонт	300	2300
Реальная сумма инвестиций		3700

Затем вычислим сумму увеличения денежного потока при условии инвестирования средств в новый станок.

Ежегодная экономия затрат составит 1200 долл.

Разница амортизационных отчислений

Ежегодная амортизация старого станка:

$$\frac{\text{Стоимость} - \text{Ликвидационная стоимость}}{\text{Ожидаемый срок службы}} = \frac{4000 - 0}{10} = 400 \text{ долл.}$$

Ежегодная амортизация нового станка:

$$\frac{\text{Стоимость} - \text{Ликвидационная стоимость}}{\text{Ожидаемый срок службы}} = \frac{6000 - 500}{5} = 1100 \text{ долл.}$$

Разница амортизационных отчислений:

$$1100 - 400 = 700 \text{ долл.}$$

*Чистое увеличение входящего денежного потока (в год):*

Экономия затрат 1200

За вычетом:

налога в размере 40% 480

выигрыша вследствие увеличения амортизационных отчислений ( $0,4 \times 700$ ) 280    200

Увеличение денежного потока (в год) 1000

*Нынешняя суммарная стоимость инвестиций:*

Пятилетний денежный поток в размере 1000 долл. является аннуитетным.

Нынешняя стоимость капитала при 12%-ном дисконтировании:

$$3,605 \times 1000 = 3605 \text{ долл.}$$

Нынешняя ликвидационная стоимость нового станка (при условии его продажи за 500 долл. в конце пятого года):

$$0,567 \times 500 = 284 \text{ долл.}$$

Суммарная нынешняя стоимость ожидаемых денежных потоков:

$$3605 + 284 = 3889 \text{ долл.}$$

Теперь определим, можно ли ожидать поступления чистой нынешней прибыли.

Суммарная нынешняя стоимость потоков	3889
Стоимость инвестиций	3700
Чистая нынешняя прибыль	189

Таким образом, мы видим, что компании *Bennie's Bewery* следует приобрести новый станок, поскольку ожидаемая суммарная нынешняя стоимость денежных потоков будет несколько выше стоимости инвестированного капитала.

*Примечание.* Данный пример наглядно продемонстрировал значение амортизации. Нынешняя стоимость годового денежного потока от замены станка составит:

$$(\text{Экономия затрат} - \text{Налоги}) \times (\text{Коэффициент приведения к нынешней стоимости}) \\ (1200 - 480) \times 3,605 = 2596 \text{ долл.}$$

Данная цифра на 1104 долл. меньше инвестиций (3700 долл.). Следовательно, реализация этого проекта может быть оправдана только очень значительной экономией на амортизации.

### Пример 3. Решение типа “производить или покупать”

Компания *Triple X* специализируется на производстве и продаже холодильников. Одни комплектующие для холодильников она выпускает сама, а другие приобретает у поставщиков. Специалисты конструкторско-технологического отдела считают, что компания, по всей вероятности, смогла бы сократить свои затраты, если будет самостоятельно производить одну из деталей, которая на данный момент закупается по цене 8,25 долл. за единицу. Ежегодно производством используются 100 тыс. таких деталей. На основании предварительных данных этого отдела бухгалтерия рассчитала и предоставила следующие оценки затрат.

Постоянные издержки повысятся на 50 тыс. долл.

Затраты на оплату труда увеличатся на 125 тыс. долл.

Накладные заводские расходы (которые на текущий момент составляют 500 тыс. долл. в год) могут повыситься на 12%.

Стоимость материалов для производства новой детали составит 600 тыс. долл.

На основе приведенной выше предварительной оценки ответьте, следует ли компании *Triple X* реализовать этот проект?

#### Решение

Определяем суммарные издержки, которые понесет компания, решив реализовать данный проект.

Дополнительные постоянные издержки	50 тыс. долл.
Дополнительные затраты на оплату труда	125 тыс. долл.
Затраты на приобретение материалов	600 тыс. долл.
Дополнительные накладные расходы (12% × 500 000)	60 тыс. долл.
Суммарные производственные издержки	835 тыс. долл.

Теперь вычисляем стоимость выпуска единицы продукции:

$$\frac{835\,000}{100\,000} = 8,35 \text{ долл. на единицу.}$$

Таким образом, наши расчеты показывают, что компании *Triple X* следует продолжать закупать эту деталь, поскольку производственные издержки на ее выпуск будут больше стоимости закупки на 0,1 долл. на единицу продукции.

**РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

- Zvi Bodie, Alex Kane, LAN Marcus, *Investments*, 3rd ed. (Burr Ridge, IL: Richard D. Irwin, 1996).
- E. Helfert, *Techniques of Financial Analysis: A Modern Approach*. 9th ed. (New York: Irwin/McGraw-Hill, 1997).
- James M. Poterba, Lawrence H. Summers, "A CEO Survey of U.S. Companies. Time Horizons and Hurdle Rates", *Sloan Management Review*, Fall 1995, p. 43–53.

# Операционные технологии

Наблюдающийся в последнее время рост производительности в значительной мере обусловлен применением операционных технологий. В сфере обслуживания это стало главным образом следствием использования программных технологий, связанных с обработкой информации. В сфере производства это — результат сочетания программных и технических технологий (т.е. технологий, основанных на применении более совершенного оборудования). Учитывая, что большинство наших читателей изучают дисциплину “Информационные технологии в сфере обслуживания” в рамках учебной программы MIS (“Управленческие информационные системы”), главное внимание в дополнении В мы уделим операционной технологии в сфере производства.

## ОПЕРАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В СФЕРЕ ПРОИЗВОДСТВА

### Производственные технологии

Технологические перемены наблюдаются практически во всех отраслях промышленности, но многие из них уникальны и проявляются исключительно в конкретных сферах. Например, изготовление железобетонных блоков с предварительным напряжением представляет собой технологическое новшество только для строительного производства. При проектировании автомобилей основным условием становится пригодность всех комплектующих к последующей вторичной переработке. На рис. В1 показано, какие части автомобиля и как могут быть переработаны и использованы в дальнейшем.

За последние несколько десятков лет в технологии появилось много новшеств и достижений, оказавших значительное влияние на работу компаний во многих отраслях промышленности. Эти достижения, которые и рассматриваются в данном дополнении, можно разделить на две большие категории — системы технического обеспечения и системы программного обеспечения.

Основным результатом появления новых технологий в техническом обеспечении стал более высокий уровень автоматизации процессов; благодаря им созда-

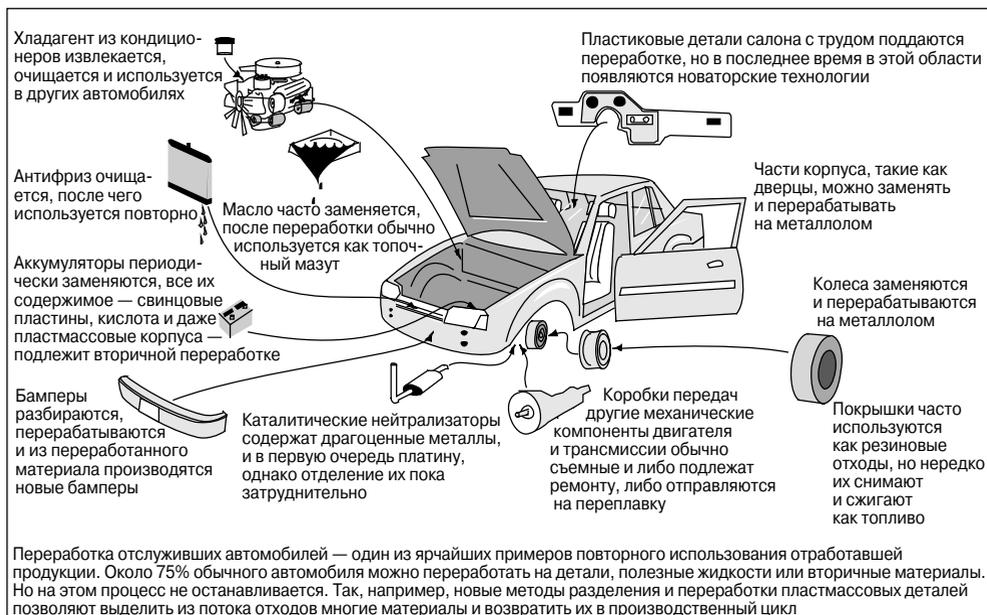


Рис. В1. Переработка узлов автомобиля

Источник. Robert A. Frosch, "The Industrial Ecology", *Scientific American*, September 1995, p. 18.

ется оборудование, выполняющее трудоемкие операции, которые раньше выполнялись людьми. В качестве примеров можно назвать станки с числовым программным управлением (ЧПУ), обрабатывающие центры, промышленных роботов, автоматизированные системы подачи материалов и гибкие производственные системы. Такое оборудование, управляемое компьютером, активно используется в производстве. Технологии, основанные на использовании программного обеспечения, широко применяются при проектировании продукции, а также для анализа и планирования производственной деятельности. Наиболее известны из них системы автоматизированного проектирования и автоматизированные системы планирования и управления производством. Все эти технологии подробно описываются дальше в дополнении В.

### Системы технического обеспечения

*Станки с числовым программным управлением* (станки с ЧПУ — numerically controlled machine) состоят из обычного станка, который применяется для обточки, сверления или шлифовки всевозможных деталей, и компьютера, управляющего последовательностью выполняемых операций. Станки с ЧПУ впервые стали применять в 1960-х годах компании, работавшие в аэрокосмической промышленности, и с того времени они широко используются во многих других отраслях. В самых современных моделях станки с ЧПУ имеют замкнутые системы автоматического управления с обратной связью, которые определяют положение инструмента и детали в процессе обработки, постоянно сравнивают фактическое положение с

запрограммированным и при необходимости корректируют его. Такое оснащение станков часто называют *адаптивным управлением*.

*Обработывающие центры* (machining centers) по сравнению со станками с ЧПУ обеспечивают еще более высокий уровень автоматизации. Обработывающие центры не только автоматически управляют процессом обработки, но и осуществляют автоматический выбор и установку инструмента, в зависимости от того, какой инструмент нужен для выполнения той или иной операции. Кроме того, такой центр можно оборудовать автоматической транспортной системой челночного типа, позволяющий в процессе обработки на станке какой-либо детали автоматически загружать в специальное приспособление необработанные детали, а готовые — выгружать. Такой обработывающий центр представлен на рис. В2.

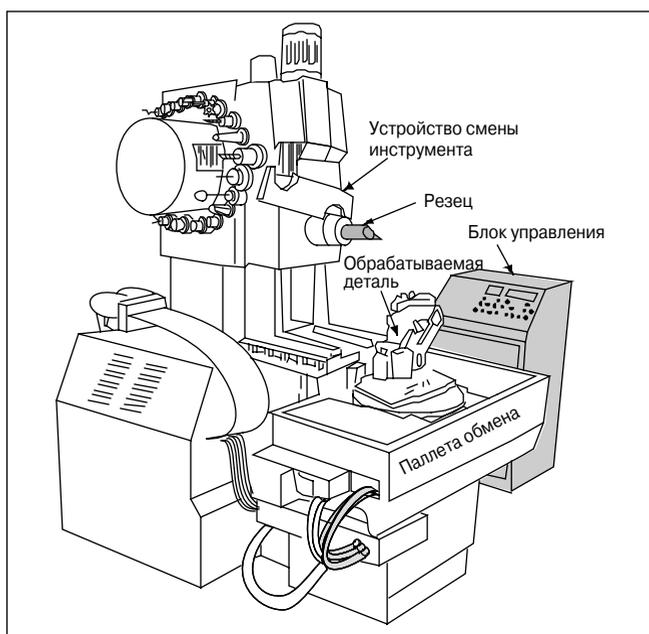


Рис. В2. Обработывающий центр

Источник. J.T. Black, *The Design of the Factory with a Future* (New York: McGraw-Hill, 1991), p.39. Воспроизведено с разрешения The McGraw-Hill Companies.

*Промышленные роботы* (industrial robots) заменяют людей при выполнении многократно повторяющихся операций, а также опасной, вредной и рутинной работы. Роботы — это перепрограммируемые многофункциональные машины, оснащенные так называемым рабочим органом. Примером таких рабочих органов могут служить захваты (захватные устройства) для поднятия деталей или такие инструменты и оборудование, как гаечный ключ, сварочный аппарат или краско-распылитель. На рис. В3 показаны примеры воспроизведения роботом некоторых движений человека.

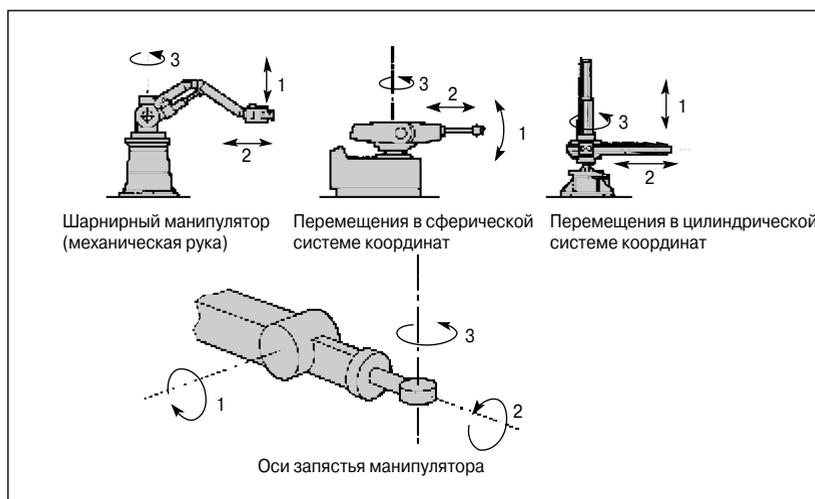


Рис. В3. Основные виды перемещений, выполняемых типичным роботом

Источник. L.V. Ottinger, "Robotics for the IE: Terminology, Types of Robots", *Industrial Engineering*, November 1981, p. 30.

Современные роботы оснащены устройствами, обеспечивающими визуальную, сенсорную и ручную координацию. Кроме того, существуют модели, которые можно "научить" определенной последовательности движений в трехмерном пространстве. Для этого рабочий совершает необходимые для данной операции конкретные движения совместно с рабочим органом робота, а компьютер регистрирует эти движения в своей памяти и по команде может точно воспроизвести их. Как видно из врезки "Формула окупаемости промышленного робота", расходы на приобретение такого оборудования зачастую быстро окупаются благодаря экономии затрат на рабочую силу.

#### ФОРМУЛА ОКУПАЕМОСТИ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА

Принимая решения о приобретении того или иного робота, многие компании часто пользуются следующей основной формулой окупаемости:

$$P = \frac{I}{L - E + q(L + Z)},$$

где  $P$  — период окупаемости, в годах;

$I$  — общая сумма инвестиций в робота и вспомогательное оборудование;

$L$  — затраты на рабочую силу, которую заменит робот (издержки на выплату заработной платы и премий рабочим, умноженные на количество смен в день);

$E$  — годовая стоимость технического обслуживания робота;

$q$  — коэффициент ускорения или замедления выполнения роботом операции;

$Z$  — сумма годовой амортизации робота.

**Пример.**

$I = 50$  тыс. долл.;

$L = 60$  тыс. долл. (двое рабочих, занятых по одному в каждой из двух смен, с заработной платой по 20 тыс. долл. в год и накладные расходы по 10 тыс. долл. на одного рабочего в год);

$E = 9600$  долл. (2 долл. в день  $\times$  4800 часов в год);

$q = 1,5$  (робот работает в полтора раза быстрее рабочего);

$Z = 10$  тыс. долл.

Таким образом:

$$P = \frac{50000}{60000 - 9600 + 1,5(60000 + 10000)} = 0,33 \text{ года.}$$

---

*Автоматизированные системы подачи материалов* (Automated Materials Handling systems — АМН) служат для повышения эффективности транспортировки, хранения и пополнения материальных запасов. В качестве примеров можно назвать компьютеризованные транспортеры и системы автоматизированного хранения и пополнения запасов (Automated Storage and Retrieval Systems — AS/RS), в которых компьютеры определяют автоматическим погрузчиком, какой груз следует поднять и куда его переместить. Нашли также широкое применение системы автоматически управляемых транспортных средств (Automated Guided Vehicle — AGV), робокары (машины, движущиеся без водителя) которых направляются на разные участки завода по проложенным под полом электрическим проводам. Системы АМН обладают целым рядом преимуществ, в частности, они обеспечивают быстрое перемещение материалов и позволяют снизить уровень товарно-материальных запасов, сократить площадь складских помещений и процент повреждения продукции, а также значительно повысить производительность.

Перечисленные элементы автоматизации можно объединить в так называемые *производственные ячейки* (manufacturing cells), а из них создать *гибкую производственную систему* (Flexible Manufacturing Systems — FMS). Производственная ячейка может состоять, например, из одного робота и одного обрабатывающего центра. Робота можно запрограммировать таким образом, чтобы он автоматически вставлял детали в обрабатывающий центр и затем выгружал обработанную деталь, что позволяет исключить из процесса оператора. FMS — это полностью автоматизированная производственная система, состоящая из обрабатывающих центров с автоматической подачей и выгрузкой деталей, системы автоматически управляемых транспортных средств для перемещения деталей от станка к станку и других элементов автоматизации, позволяющих организовать производство, в котором практически не участвует человек. Чтобы обеспечить бесперебойную работу таких систем, в них широко применяют сложнейшие системы автоматизированного управления.

Ярким примером FMS может служить производственная система завода компании *Cincinnati Milacron*, расположенного в Маунти-Ораб, штат Огайо. Эта система, схема которой изображена на рис. В4, эксплуатируется компанией уже свыше двадцати лет.

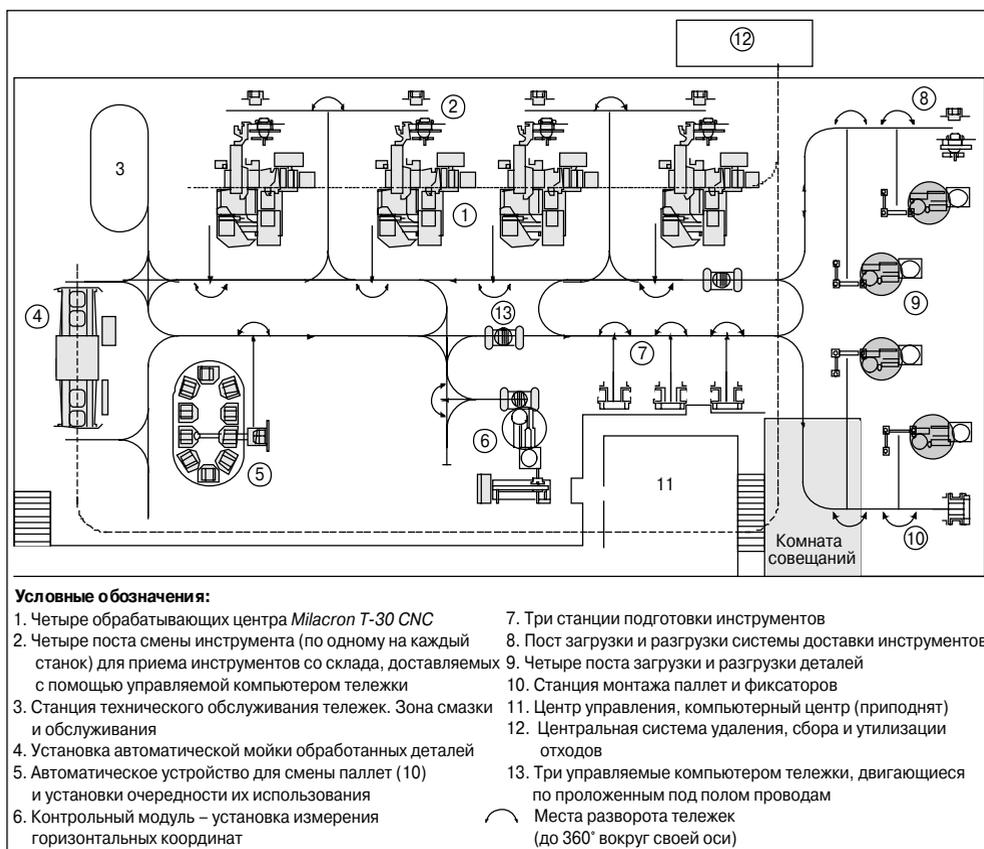


Рис. В4. Гибкая производственная система компании Cincinnati Milacron

В этой системе детали вставляются в стандартизированные фиксаторы (они называются “накопителями”), установленные на платформах, которые могут перемещаться с помощью автоматически управляемых транспортных средств (тележек). На рабочих постах, изображенных в правой части схемы, рабочие устанавливают инструменты и закладывают детали в эти фиксаторы, а обработанные — выгружают. Большая часть таких загрузок и разгрузок выполняется в течение одной смены, и на протяжении двух последующих смен (завод работает в три смены) система может функционировать практически без участия людей.

Система спроектирована для обработки крупных отливок, которые используются в производстве станков, выпускаемых компанией *Cincinnati Milacron*. Система включает зоны промежуточного хранения инструментов (зона 7) и деталей (зона 5). Обработка выполняется с использованием четырех обрабатывающих центров с числовым программным управлением (зона 1). Затем обработанные детали отправляются на установку чистки и мойки (зона 4) и дальше — на станцию автоматического контроля качества (зона 6). Данная система может производить сотни различных комплектующих.

### Системы программного обеспечения

*Система автоматизированного проектирования* (Computer-Aided Design — CAD) позволяет использовать в ходе проектирования продукции и технологических процессов мощь компьютерной техники. CAD реализует несколько автоматизированных методов, основными из которых являются *компьютерная графика* и *автоматизированное моделирование* (Computer-Aided Engineering — CAE). Компьютерная графика применяется для исследования визуальных характеристик продукции, а CAE — для оценки ее инженерных характеристик. Так, например, компания *Rubbermaid* использовала систему CAD для оптимизации размерных характеристик своих продуктов с тем, чтобы они отвечали требованиям, предъявляемым авиакомпаниями к проверяемому багажу. Подсистема *автоматизированной (технологической) подготовки производства* (Computer-Aided Process Planning — CAPP) системы автоматизированного проектирования позволяет автоматизировать проектирование производственного процесса. CAPP применяется для разработки компьютерных программ управления станками, а также программ обработки деталей на обрабатывающих центрах и на другом оборудовании (например, на установках очистки и промывки). Такие программы еще называют *программами процесса*. Наиболее сложные системы CAD способны также проводить отбраковочные испытания, позволяя тем самым тестировать опытный образец на ранних фазах проектирования и своевременно модифицировать его конструкцию.

Система автоматизированного проектирования применяется при разработке практически любой продукции — от компьютерных чипов до картофельных чипсов. Так, например, компания *Frito-Lay* использовала CAD в процессе создания нового продукта — закрученных чипсов двойной плотности O'Grady's. В ходе их разработки возникла проблема: при неправильной нарезке картофеля чипсы получались пригоревшими с наружной стороны и сырыми внутри. Кроме того, они были слишком хрупкими (и ломались при расфасовке в пакеты) и их невозможно было обработать, например пропитать соком плодов авокадо. С помощью CAD математически определили правильный угол и количество витков нарезки, после чего прототип продукции O'Grady's прошел проверку на прочность на “дробилке” компании *Frito-Lay*, и сегодня эту продукцию можно приобрести в любом гастрономе.

Современные производители используют методы автоматизированного проектирования при разработке купальных костюмов по индивидуальным заказам. Мерки, снятые с будущего владельца, закладываются в специальную компьютерную программу вместе с информацией о модели, выбранной заказчиком. Работая с клиентом, проектировщик изменяет дизайн костюма на экране компьютера, на котором изображена фигура человека, одетая в конкретную модель. Затем компьютер распечатывает окончательный образец, на основе которого кроится и шьется полностью соответствующий пожеланиям заказчика купальный костюм.

*Автоматизированными системами планирования и управления производством* (automated manufacturing planning and control systems — MP&CS) называют компьютерные информационные системы, помогающие планировать процесс, составлять графики и следить за ходом выполнения производственных операций. Эти системы непрерывно получают из заводских цехов сведения о состоянии ра-

бот, поступлении материалов и т.д. и составляют наряд-заказы на изготовление и поставку. Сложные автоматизированные системы планирования и управления производством обрабатывают поступившие заказы, управляют деятельностью в цехах и закупками, ведут производственный учет.

## Интегрированные производственные системы

Все описанные выше методы автоматизации могут быть объединены в единую **интегрированную производственную систему** (Computer-Integrated Manufacturing — CIM). CIM представляет собой автоматизированную версию производственного процесса, в которой выполнение трех основных производственных функций — проектирования продукции и технологического процесса, планирования и управления и собственно производственного процесса — обеспечивается описанными выше автоматизированными средствами. Кроме того, компьютерными технологиями замещаются также традиционные процедуры устного и письменного общения. Такое высокоавтоматизированное и интегрированное производство называют *заводом-автоматом* или *заводом будущего*.

Все компоненты системы CIM взаимосвязаны, поскольку пользуются общей интегрированной базой данных. Так, например, благодаря интеграции данных система CAD объединяется с *системой автоматизированного производства* (Computer-Aided Manufacturing — CAM) посредством программного обеспечения для обработки деталей с применением числового программного управления, а автоматизированные системы планирования и управления производством — с автоматизированными системами подачи материалов, что значительно ускоряет процесс изготовления необходимых деталей. Таким образом, в полностью интегрированной системе отдельные функции проектирования, тестирования, изготовления, сборки, контроля качества и управления материалами не только автоматизированы, но и связаны как между собой, так и с процессом производственного планирования и составления графиков.

## Оценка окупаемости инвестиций в технологии

Современные передовые технологии, такие как гибкие производственные системы или системы компьютеризованной обработки заказов, требуют значительных инвестиций. Следовательно, прежде чем приобрести какую-либо из таких технологий, фирма должна тщательнейшим образом проанализировать финансовые и деловые выгоды данного приобретения. Оценка экономической целесообразности инвестиций — задача очень сложная, особенно потому, что целью приобретения новой технологии является не только сокращение затрат на рабочую силу, но и повышение качества и расширение ассортимента продукции, сокращение сроков подготовки новой продукции к выпуску и повышение гибкости производственного процесса. В силу того что некоторые из этих преимуществ не влекут за собой прямого сокращения издержек на рабочую силу, оправдать их выбор бывает очень сложно. Кроме того, стремительное развитие новых технологий приводит к тому, что приобретенное оборудование устаревает в течение каких-нибудь нескольких месяцев, что еще больше усложняет оценку затрат и выгод.

Не следует считать, что внедрение новых технологий непременно ведет к снижению издержек производства. Иногда бывает, что выгоды автоматизации не вызывают ни малейшего сомнения, но их внедрение оказывается экономически нецелесообразным. Например, в недавнем прошлом многие специалисты предсказывали, что интегрированные CAD/CAM-системы решат все проблемы, связанные с производством. Однако немало компаний, вложивших в них средства, потеряли свои деньги. Основная цель, которую они преследовали, заключалась в удалении из процесса станочной обработки как можно большего количества квалифицированной рабочей силы и ускорении технологического процесса. Но в современном производстве нередки ситуации, когда быстрее, например, вручную фрезеровать сложные детали, выпускаемые небольшими партиями, чем запрограммировать фрезерный станок на выполнение этой операции. Кроме того, рабочее время программиста стоит намного дороже, чем у оператора фрезерного станка. К тому же зачастую оказывается сложно перенести весь опыт и знания, полученные оператором станка на протяжении многих лет, в компьютерную программу. И только совсем недавно появилось программное обеспечение для интегрированных CAD/CAM-систем, использование которого может быть экономически выгодным при выпуске небольших партий разнотипных продуктов.

## ПРЕИМУЩЕСТВА ИНВЕСТИРОВАНИЯ В ТЕХНОЛОГИИ

Типичные выгоды, связанные с применением новых производственных технологий, могут быть как материальными, так и нематериальными. Материальные выгоды учитываются для принятия взвешенных инвестиционных решений в традиционных методах финансового анализа с дисконтированием денежных потоков. Приведем перечень конкретных преимуществ.

### **Сокращение издержек**

**Затраты на рабочую силу.** Замена людей на роботов или сокращение численности персонала за счет их работы на полуавтоматическом оборудовании.

**Расходы на материалы.** Более эффективное использование применяемых материалов или получение возможности использовать материалы с менее жесткими допусками.

**Расходы на содержание товарно-материальных запасов.** Оборудование, допускающее возможность быстрой переналадки, позволяет обходиться меньшими товарно-материальными запасами и использовать в производстве JIT-систему.

**Затраты на обеспечение качества.** Автоматизация контроля качества и сокращение разброса технических характеристик выпускаемой продукции.

**Затраты на техническое обслуживание и текущий ремонт.** Применение самонастраивающегося оборудования.

### **Прочие выгоды**

**Расширение ассортимента продукции.** Благодаря применению гибких производственных систем достигается экономия, обусловленная ростом масштаба производства.

**Расширение функциональных возможностей продукта.** Появляется способность делать то, что нельзя сделать вручную (например, микропроцессоры).

**Сокращение продолжительности цикла.** Ускорение переналадки и подготовки к выпуску новой продукции.

**Наращивание объемов производства.**

### **Риски освоения новых технологий**

И все же, хотя использование новых технологий приносит целый ряд различных выгод и преимуществ, существует несколько факторов риска, связанных с этим процессом. Прежде чем внедрить ту или иную технологическую новинку, компания должна тщательно проанализировать и оценить степень этих рисков и сравнить их с потенциальными выгодами. Опишем некоторые основные риски, связанные с приобретением новых технологий.

#### **Технологические риски**

Компания, быстро внедрявшая новейшую технологию, получает значительное конкурентное преимущество, однако при этом подвергает себя риску приобрести непроверенное оборудование. Проблемы, возникающие при эксплуатации таких технологий, способны нарушить весь производственный процесс фирмы. Кроме того, существует риск устаревания, особенно при использовании технологий, связанных с электронным оборудованием, которые совершенствуются очень быстро, а расходы на их приобретение и стоимость модернизации велики. Кроме того, в ближайшем будущем могут появиться намного более эффективные альтернативные технологии, что сведет на нет все преимущества от приобретения сегодняшней технологии.

#### **Операционные риски**

Определенные риски существуют также при внедрении новых технологий в производственный процесс компании. Процесс введения обычно приводит по меньшей мере к кратковременному нарушению нормального хода производства, что является следствием широкомасштабной реорганизации, необходимости переподготовки кадров и т.д. Еще одна группа рисков связана с простоями и ошибками в производственном процессе, а также с фактором неопределенности и возникновением непредвиденных потребностей в различных ресурсах.

#### **Организационные риски**

Вполне вероятно, что в компании, внедрившей новую технологию, могут отсутствовать организационная культура и способность высшего руководства воспринимать и смягчать кратковременные нарушения производственного процесса и фактор неопределенности, связанный с этим внедрением. В таких компаниях существует риск, что рабочие и менеджеры, испугавшись временных трудностей, быстро откажутся от нововведения либо будут избегать глубоких перемен, просто автоматизируя старый и неэффективный технологический процесс и не пользуясь в полной мере преимуществами новой технологии.

#### **Риски, связанные с окружающей средой, и рыночные риски**

Редки случаи, когда фирма инвестирует капитал в конкретную технологию и только спустя несколько лет обнаруживает, что в результате изменения некоторых факторов, связанных с рынком и окружающей средой, эти инвестиции были совершенно бесполезными. Например, многие автомобилестроительные

компании не спешат инвестировать средства в технологии производства электромобилей с аккумуляторными батареями по той причине, что они не знают, какие стандарты выброса загрязняющих веществ в атмосферу примут в будущем на правительственном и федеральном уровне; каковы потенциальные возможности снижения выбросов автомобилей с бензиновым двигателем; каковы перспективы усовершенствований технологии аккумуляторных батарей. В качестве типичных примеров рыночного риска можно назвать колебания обменных валютных курсов и процентных ставок.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прогресс технологий имеет первостепенное значение для повышения производительности труда в большинстве стран мира. Фирмы, которые раньше других приобретают и успешно внедряют технологические новинки, получают значительное конкурентное преимущество. Хотя каждая из описанных в этом дополнении технологий представляет собой мощный инструмент и может применяться отдельно от других, выгоды от внедрения новых технологий растут в геометрической прогрессии, если они используются в комплексе. Это особенно верно по отношению к интегрированным производственным системам (СІМ).

Выгоды и преимущества внедрения большинства современных технологий не носят стопроцентного материального характера, и часто их можно оценить только через некоторое время. Использование традиционных методов калькуляции затрат и обычного финансового анализа иногда приводит к созданию неточной картины потенциальных преимуществ применения таких технологий, как СІМ. Следовательно, при оценке окупаемости инвестиций в новые технологии следует принимать во внимание выгоды стратегического характера. Поскольку инвестиции во многие современные технологии, как правило, очень велики, каждая компания перед их приобретением должна максимально точно оценить связанные с их внедрением риски.

Внедрение гибких производственных систем или систем принятия решений требует значительных затрат как материального, так и морального характера. Нередко инвестиции в такие системы оказываются для малых и средних фирм недоступной роскошью. Однако, по мере совершенствования технологий и их дальнейшего распространения, их стоимость постепенно снижается и приобрести их скоро смогут даже небольшие компании. Учитывая сложную интеграционную природу новых технологий, следует отметить, что для их успешного внедрения необходима полная заинтересованность в этом как руководства, так и служащих компании.

## ВОПРОСЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ И ОБСУЖДЕНИЯ

1. Способны ли роботы обучаться и нужно ли это? Поясните свой ответ.
2. Какое отношение к производственным технологиям имеет широко известная аксиома, используемая в промышленной продаже: “Вы продаете не продукт, а компанию”?

3. Перечислите три аналитических инструмента (за исключением финансового анализа), о которых шла речь в этой книге и которые можно использовать для оценки технологических альтернатив.
4. Руководство *Belleville* (провинция Онтарио, Канада), филиала компании *Interface Inc.* из Атланты, одного из крупнейших в мире производителей покрытий для пола, считает, что высокая рентабельность *Belleville* во многом объясняется ее “зеленым производством”, или высокой “экологической эффективностью”. Что, по вашему мнению, означают эти термины? Каким образом это может вести к сокращению издержек?
5. Приведите по два примера новейших изобретений в совершенствовании продукции и технологического процесса.
6. В чем заключается разница между обрабатывающим центром и станком с числовым программным управлением?
7. Крупнейшие автомобилестроительные фирмы планируют инвестировать миллионы долларов в разработку новых технологий как для совершенствования продукции, так и для улучшения производственных процессов, связанных с выпуском электромобилей на аккумуляторных батареях. Ответьте кратко, почему они инвестируют средства в эти технологии? Обсудите потенциальные выгоды и риски, связанные с этими инвестициями.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- J.T. Black, *The Design of the Factory with a Future* (New York: McGraw-Hill, 1991).
- T. Chang, R. A. Wysk, H. Wang. *Computer-Aided Manufacturing* (Upper Saddle Creek, NJ: Prentice Hall, 1997).
- M. Cohen, U. Apte. *Manufacturing Automation* (New York: Irwin/McGraw-Hill, 1997).
- Gerard H. Gaynor, *Achieving the Competitive Edge through Integrated Technology Management* (New York: McGraw-Hill, 1991).
- M. P. Groover, *Fundamentals of Modern Manufacturing*. 2nd ed. (New York: Wiley, 2001).
- N. Hyer, U. Wemmerlöv. *Reorganizing the Factory: Competing through Cellular Manufacturing* (Portland, OR: Productivity Press, 2002).
- Steven A. Melnyk, Ram Narasimhan, *Computer Integrated Manufacturing* (Burr Ridge, IL: Irwin Professional Publishing, 1992).
- Nicholas Negroponte, *Being Digital* (New York: Vantage Book, 1995).

## ОТВЕТЫ НА ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

### Глава 2

1. Производительность (в часах)

Deluxe	0,20
Limited	0,20

Производительность (в долл.)

Deluxe	133,33
Limited	135,71

### Дополнение к главе 2

3. Норма обучения кривой затрат труда, 80%  
 Норма обучения кривой затрат на закупку деталей, 90%  
 Затраты рабочего времени — 11 556 часов  
 Расходы на закупку деталей — 330 876 долл.
7. 4710 часов
11. а) На третье изделие потребуется 35,1 часа  
 б) В среднем на одно изделие потребуется 7,9 часа; на такой контракт следует согласиться

### Глава 3

3. б)  $A-B-E-J-I$  и  $A-G-E-J-I$   
 с)  $B$  — одна неделя  
 $G$  — одна неделя  
 $J$  — одна неделя  
 д) Два пути:  $A-B-E-J-I$  и  $A-G-E-J-I$ ; 14 недель
6. а) Критическим путем является  $A-D-J-B-G$   
 б) 26 недель  
 с) Срок окончания не изменится
8. а) Критическим путем является  $A-B-G-E-J$   
 б)

День	Издержки (долл.)	Работа
Первый	1000	$A$
Второй	1200	$B$
Третий	1500	$G$ (или $E$ )
Четвертый	1500	$E$ (или $G$ )
Всего	5200	

**Глава 4**

1. Традиционный метод: 20 мин подготовки +  $10 \times 2 = 40$  мин (всего). Метод оптического сканирования и поиска информации: 1 мин подготовки +  $10 \times 5 = 51$  мин (всего). Традиционный метод лучше.
3. а) Рынок может обслуживаться со скоростью лишь три декалитра в час. Через 50 часов “ванна” окажется переполненной.

**Дополнение к главе 4**

3. а) 1,35 минуты  
 б) 1,51 минуты  
 в) 48 долл. Рабочий не получит премию
7. а) Нормальное время — 0,9286 мин/деталь  
 б) Норма времени — 1,0679 мин/деталь  
 в) Ежедневная выработка — 449,50  
 Дневная заработная плата — 44,49 долл.

**Глава 5**

5. а) 5600 узлов  
 б) 8000; сверлильная операция  
 в) 9600; окончательная сборка  
 д) 1,81 долл.; 1,79 долл.
9. 9500 миль

**Дополнение к главе 5**

3. б) 120 секунды  
 д) 87,5%
9. а) 33,6 секунды  
 б) 3,51; следовательно, четыре рабочие станции  
 в)  $AB, DF, C, EG, H$   
 г) 70,2%  
 д) Сократить время цикла до 32 секунд и работать 6,67 минуты сверхурочно  
 е) 1,89 часа сверхурочной работы; может быть, лучше составить новый баланс

**Дополнение к главе 6**

5.  $W_S = 4,125$  минуты  
 $L'_q = 4,05$  автомобиля  
 $L_S = 4,95$  автомобиля
9. а) ожидают в среднем 0,22 инженера  
 б) 0,466 часа  
 в) 0,362

10. а) два человека  
 б) шесть минут  
 в) 0,2964  
 г) 67%  
 д) 0,03375 часа
17. а) 0,833  
 б) пять документов  
 в) 0,2 часа  
 г) 0,4822  
 д)  $L_i$  = стремится к бесконечности

*Дополнение к главе 7*

1. а) Затраты при отсутствии контроля качества — 20 долл./час. Затраты при контроле качества — 9 долл./час. Таким образом, эту штатную единицу сокращать не следует.  
 б) 0,18 долл. для каждой  
 в) 0,22 долл. на единицу

6.  $\bar{X} = 0,499$   
 $UCL = 1014,965$   
 $LCL = 983,235$   
 $\bar{R} = 21,733$   
 $UCL = 49,551$   
 $LCL = 0$

Процесс находится под контролем

9. а)  $n = 31,3$  (округлить размер выборки до 32)  
 б) Случайная выборка 32; отвергнуть, если дефектными оказываются больше восьми изделий

12.  $\bar{X} = 0,499$   
 $UCL = 0,520$   
 $LCL = 0,478$   
 $R = 0,037$   
 $UCL = 0,078$   
 $LCL = 0,000$

Процесс находится под контролем

*Глава 9*

1. 2 фунта (8 854,90 долл.); 3 фунта (10 154,30 долл.);

- 4 фунта (11 402,60 долл.); 5 фунтов (12 738,50 долл.);  
 6 фунтов (15 337,30 долл.); 7 фунтов (15 899,40 долл.);  
 8 фунтов (16 563,70 долл.); 9 фунтов (17 147,70 долл.)

**Глава 10**

3. Нет. Необходимо учесть спрос, который будет существовать на четвертый год.  
 5. Низкий ожидаемый  $NPV$  — 4,8 млн. долл.  
 Высокий ожидаемый  $NPV$  — 2,6 млн. долл.

**Дополнение к главе 10**

1.  $C_x = 176,7$   
 $C_y = 241,5$   
 2.  $C_x = 374$   
 $C_y = 357$

**Глава 11**

1. пять комплектов карт “канбан”

**Глава 12**

3. а) Февраль 84  
 Март 86  
 Апрель 90  
 Май 88  
 Июнь 84  
 б)  $MAD = 15$

7.

Квартал	Прогноз
9	232
10	281
11	239
12	231

11. а) С апреля по сентябрь = 130, 150, 160, 170, 160, 150  
 б) С апреля по сентябрь = 136, 146, 150, 159, 153, 146  
 в) Экспоненциальное сглаживание дает лучший результат  
 15.  $MAD = 104$   
 $TS = 3,1$   
 Высокое значение  $TS$  указывает на то, что данная модель неприемлема.  
 19. а)  $MAD = 90$   
 $TS = -1,67$   
 б) Модель приемлема, поскольку трекинг равняется  $-1,67$ .

**Глава 13**

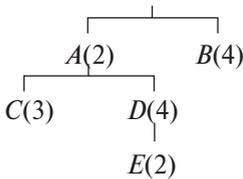
- 3. Совокупные затраты равны 413 600 долл.
- 6. Совокупные затраты равны 413 750 долл.

**Глава 14**

- 5.  $q = 713$
- 8. а)  $Q = 1225$   
 $R = 824$   
б)  $q = 390$  — наличный запас
- 12. а)  $Q = 89,44$   
б) 223,61 долл.  
с) 223,61 долл.
- 15. а)  $A(4, 13, 18); B(2, 5, 8, 10, 11, 14, 16); C$  (остаток)  
б) Поместить в группу А
- 18.  $q = 691$
- 27. 729 гамбургеров
- 28. 5000 кг

**Глава 15**

4. Z



- 11. Метод балансирования затрат: заказать 250 изделий в первую неделю на 1–8 недель  
Метод наименьшей удельной стоимости: заказать 450 изделий в первую неделю на 1–9 недель.
- 14. с) А
  - В (2)
  - Е (4)
  - F (3)
  - С (3)
  - D (3)
  - H (2)
  - Е (5)
  - G (2)
  - Д (1)

d) Уровень 0	100 изделий А
Уровень 1	200 элементов В 300 элементов С
Уровень 2	600 элементов F 600 элементов H 1000 элементов D
Уровень 3	3800 элементов E 1200 элементов G

**Глава 16**

3. Порядок выполнения заданий: 5, 6, 7, 3, 1, 2, 4

6. А на 3, В на 1, С на 4, D на 2; затраты составят 17 тыс. долл.

7. График, составленный по правилу CR: 5, 3, 2, 4, 1

Очередность выполнения работ по *установленным ранним датам окончания* (DDATE): 2, 5, 3, 4, 1

Очередность выполнения работ по *кратчайшему времени выполнения* (SOT), включая время задержек: 2, 1, 4, 3, 5

9. E, A, B, D, C

14. C, B, D, F, E, A

**Дополнение к главе 16**

2. Среднее время ожидания клиента составит 1/6 минуты

Среднее время простоя почтового служащего равно 4/6 минуты

7. а)

Условие 1	Условие 2
(1) Время простоя 18 минут	$76 + 134 = 210$ минут
(2) Время задержки 87 минут	0 минут

б)

Условие 1	Условие 2
Затраты на оплату труда рабочего-ремонтника	
38,80 долл.	77,20 долл.
Потери из-за простоя станка	
175,33 долл.	117,33 долл.
Общие затраты	
214,13 долл.	194,53 долл.

Более низкие затраты соответствуют условию 2.

11. Не обслуживается один автомобиль

**Глава 17**

1. Ситуация I. Использование ресурса  $X = 933,3$  часа  
 $Y = 700$  часов
- Ситуация II. Использование ресурса  $Y = 700$  часов  
 $X = 933,3$  часа
- Ситуация III. Использование ресурса  $X = 933,3$  часа  
 $Y = 700$  часов
- Ситуация IV. Использование ресурса  $X = 933,3$  часа  
 $Y = 700$  часов

При других обстоятельствах:

Ситуация I: проблем не возникнет

Ситуация II: избыток незавершенного производства

Ситуация III: избыток деталей

Ситуация IV: избыток готовой продукции

8. а) Ограничение накладывает станок  $B$   
 б) Все  $M$ ; сколько возможно  $N$   
 в) 600 долл. (100 единиц  $M$  и 30 единиц  $N$ )

**Дополнение А**

2. Оптимальным сочетанием является  $B = 10$ ,  $A = 15$  и  $Z = 70$
4. а)  $600A + 900B \leq 3600$   
 $600A + 900B \geq 1800$   
 $200A + 700B \leq 1400$   
 $400A + 100B \geq 400$   
 $A \leq 2$   
 Минимизировать  $0,75A + 0,15B$
- б)  $A = 0,54$   
 $B = 1,85$   
 Целевая функция равна 0,68

## РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ЧИСЛА

56970	10799	52098	04184	54967	72938	50834	23777	08392
83125	85077	60490	44369	66130	72936	69848	59973	08144
55503	21383	02464	26141	68799	66388	75242	82690	74099
47019	06683	33203	29603	54553	25971	69573	83854	24715
84828	61152	79526	29554	84580	37859	28504	61980	34997
08021	31331	79227	05748	51276	57143	31926	00915	45821
36458	28285	30424	98420	72925	40729	22337	48293	86847
05752	96045	36847	87729	81679	59126	59437	33225	31280
26768	02513	58454	56958	20575	76746	40878	06846	32828
42613	72456	43030	58085	06766	60227	96414	32671	45587
95457	12176	65482	25596	02678	54592	63607	82096	21913
95276	67524	63564	95958	39750	64379	46059	51666	10433
66954	53574	64776	92345	95110	59448	77249	54044	67942
17457	44151	14113	02462	02798	54977	48340	66738	60184
03704	23322	83214	59337	01695	60666	97410	55064	17427
21538	16997	33210	60337	27976	70661	08250	69509	60264
57178	16730	08310	70348	11317	71623	55510	64750	87759
31048	40058	94953	55866	96283	40620	52087	80817	74533
69799	83300	16498	80733	96422	58078	99643	39847	96884
90595	65017	59231	17772	67831	33317	00520	90401	41700
33570	34761	08039	78784	09977	29398	93896	78227	90110
15340	82760	57477	13898	48431	72936	78160	87240	52710
64079	07733	36512	56186	99098	48850	72527	08486	10951
63491	84886	67118	62063	74958	20946	28147	39338	32109
92003	76568	41034	28260	79708	00770	88643	21188	01850
52360	46658	66511	04172	73085	11795	52594	13287	82531
74622	12142	68355	65635	21828	39539	18988	53609	04001
04157	50070	61343	64315	70836	82857	35335	87900	36194
86003	60070	66241	32836	27573	11479	94114	81641	00496
41208	80187	20351	09630	84668	42486	71303	19512	50277
06433	80674	24520	18222	10610	05794	37515	48619	62866
39298	47829	72648	37414	75755	04717	29899	78817	03509
89884	59651	67533	68123	17730	95862	08034	19473	63971
61512	32155	51906	61662	64430	16688	37275	51262	11569
99653	47635	12506	88535	36553	23757	34209	55803	96275

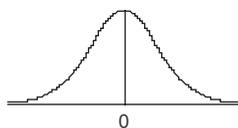
*Окончание таблицы*

---

95913	11085	13772	76638	48423	25018	99041	77529	81360
55804	44004	13122	44115	01601	50541	00147	77685	58788
35334	82410	91601	40617	72876	33967	73830	15405	96554
57729	88646	76487	11622	96297	24160	09903	14047	22917
86648	89317	63677	70119	94739	25875	38829	68377	43918
30574	06039	07967	32422	76791	30725	53711	93385	13421
81307	13114	83580	79974	45929	85113	72268	09858	52104
02410	96385	79067	54939	21410	86980	91772	93307	34116
18969	87444	52233	62319	08598	09066	95288	04794	01534
87863	80514	66860	62297	80198	19347	73234	86265	49096
08397	10538	15438	62311	72844	60203	46412	65943	79232
28520	45247	58729	10854	99058	18260	38765	90038	94209
44285	09452	15867	70418	57012	72122	36634	97283	95943
86299	22510	33571	23309	57040	29285	67870	21913	72958
84842	05748	90894	61658	15001	94005	36308	41161	37241

---

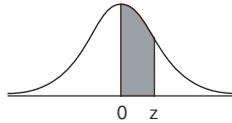
## НОРМАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ЧИСЛА



В таблице представлены значения  $z$ , распределенные по нормальному закону, при среднем значении 0 и среднеквадратическом отклонении 1.

1,98677	1,23481	-0,28360	0,99217	-0,87919	-0,21600
-0,59341	1,54221	-0,65806	1,08372	1,68560	1,14899
0,11340	0,19126	-0,65084	0,12188	0,02338	-0,61545
0,89783	-0,54929	-0,03663	-1,89506	0,15158	-0,20061
-0,50790	1,14463	1,30917	1,26528	0,09459	0,16423
-1,63968	-0,63248	0,21482	-1,16241	-0,60015	-0,55233
1,14081	-0,29988	-0,48053	-1,21397	-0,34391	-1,84881
-0,43354	-0,32855	0,67115	0,52289	-1,42796	-0,14181
-0,5707	0,35331	0,20470	0,01847	1,71086	-1,44738
0,77153	0,72576	-0,29883	0,26139	1,25845	-0,35468
-1,38286	0,04406	-0,75499	0,61068	0,61903	-0,96845
1,60166	-1,66161	0,70886	-0,20302	-0,28373	2,07219
-0,48781	0,02629	-0,34306	2,00746	-1,12059	0,07943
-1,10632	1,18250	-0,60065	0,09737	0,63297	1,00659
0,77000	-0,87214	-0,63584	-0,39546	-0,72776	0,45594
-0,56882	-0,23153	-2,03852	-0,28101	0,30384	-0,14246
0,27721	-0,04776	0,11740	-0,17211	1,63483	1,34221
-0,40251	-0,31052	-1,04834	-0,23243	-1,52224	0,85903
1,27086	-0,93166	-0,03766	1,21016	0,13451	0,81941
1,14464	0,56176	0,89824	1,54670	1,48411	0,14422
0,04172	1,49672	-0,15490	0,77084	-0,29064	2,87643
-0,36795	1,22318	-1,05084	-1,05409	0,82052	0,09670
1,94110	1,00826	-0,85411	-1,31341	-1,85921	0,74578
0,14946	-2,75470	-0,10830	1,02845	0,69291	-0,78579

## ПЛОЩАДИ ПОД КРИВОЙ СТАНДАРТНОГО НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОТ 0 ДО Z



В таблице приведены площади под кривой нормального распределения между значениями  $z$  от 0 до положительных значений  $z$ . Площади для отрицательных значений  $z$  получают симметричным отображением. В Microsoft Excel эти вероятности определяются по формуле

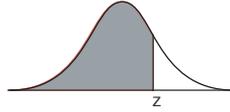
0,5 – NORMSDIST( $z$ ).

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890

*Окончание таблицы*

<i>z</i>	<b>0,00</b>	<b>0,01</b>	<b>0,02</b>	<b>0,03</b>	<b>0,04</b>	<b>0,05</b>	<b>0,06</b>	<b>0,07</b>	<b>0,08</b>	<b>0,09</b>
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

## КУМУЛЯТИВНЫЕ ПЛОЩАДИ ПОД КРИВОЙ СТАНДАРТНОГО НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОТ $-\infty$ ДО $Z$



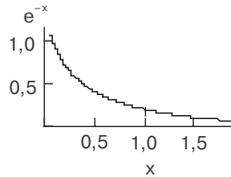
В таблице приведены значения площадей, накопленные с отрицательного “хвоста” кривой нормального распределения, т.е. от  $-\infty$  до  $z$ . В Microsoft Excel эти вероятности можно получить с помощью функции `NORMSDIST(z)`.

$z$	$G(z)$	$z$	$G(z)$	$z$	$G(z)$
-4,00	0,00003	-1,30	0,09680	1,40	0,91924
-3,95	0,00004	-1,25	0,10565	1,45	0,92647
-3,90	0,00005	-1,20	0,11507	1,50	0,93319
-3,85	0,00006	-1,15	0,12507	1,55	0,93943
-3,80	0,00007	-1,10	0,13567	1,60	0,94520
-3,75	0,00009	-1,05	0,14686	1,65	0,95053
-3,70	0,00011	-1,00	0,15866	1,70	0,95543
-3,65	0,00013	-0,95	0,17106	0,75	0,95994
-3,60	0,00016	-0,90	0,18406	1,80	0,96407
-3,55	0,00019	-0,85	0,19766	1,85	0,96784
-3,50	0,00023	-0,80	0,21186	1,90	0,97128
-3,45	0,00028	-0,75	0,22663	1,95	0,97441
-3,40	0,00034	-0,70	0,24196	2,00	0,97725
-3,35	0,00040	-0,65	0,25785	2,05	0,97982
-3,30	0,00048	-0,60	0,27425	2,10	0,98214
-3,25	0,00058	-0,55	0,29116	2,15	0,98422
-3,20	0,00069	-0,50	0,30854	2,20	0,98610
-3,15	0,00082	-0,45	0,32636	2,25	0,98778
-3,10	0,00097	-0,40	0,34458	2,30	0,98928
-3,05	0,00114	-0,35	0,36317	2,35	0,99061
-3,00	0,00135	-0,30	0,38209	2,40	0,99180
-2,95	0,00159	-0,25	0,40129	2,45	0,99286
-2,90	0,00187	-0,20	0,42974	2,50	0,99379
-2,85	0,00219	-0,15	0,44038	2,55	0,99461
-2,80	0,00256	-0,10	0,46017	2,60	0,99534

Окончание таблицы

$z$	$G(z)$	$z$	$G(z)$	$z$	$G(z)$
-2,75	0,00298	-0,05	0,48006	2,65	0,99598
-2,70	0,00347	0,00	0,50000	2,70	0,99653
-2,65	0,00402	0,05	0,51994	2,75	0,99702
-2,60	0,00466	0,10	0,53983	2,80	0,99744
-2,55	0,00539	0,15	0,55962	2,85	0,99781
-2,50	0,00621	0,20	0,57926	2,90	0,99813
-2,45	0,00714	0,25	0,59871	2,95	0,99841
-2,40	0,00820	0,30	0,61791	3,00	0,99865
-2,35	0,00939	0,35	0,63683	3,05	0,99886
-2,30	0,01072	0,40	0,65542	3,10	0,99903
-2,25	0,01222	0,45	0,67364	3,15	0,99918
-2,20	0,01390	0,50	0,69146	3,20	0,99931
-2,15	0,01578	0,55	0,70884	3,25	0,99942
-2,10	0,01786	0,60	0,72575	3,30	0,99952
-2,05	0,02018	0,65	0,74215	3,35	0,99960
-2,00	0,02275	0,70	0,75804	3,40	0,99966
-1,95	0,02559	0,75	0,77337	3,45	0,99972
-1,90	0,02872	0,80	0,78814	3,50	0,99977
-1,85	0,03216	0,85	0,80234	3,55	0,99981
-1,80	0,03593	0,90	0,81594	3,60	0,99984
-1,75	0,04006	0,95	0,82894	3,65	0,99987
-1,70	0,04457	1,00	0,84134	3,70	0,99989
-1,65	0,04947	1,05	0,85314	3,75	0,99991
-1,60	0,05480	1,10	0,86433	3,80	0,99993
-1,55	0,06057	1,15	0,87493	3,85	0,99994
-1,50	0,06681	1,20	0,88493	3,90	0,99995
-1,45	0,07353	1,25	0,89435	3,95	0,99996
-1,40	0,08076	1,30	0,90320	4,00	0,99997
-1,35	0,08851	1,35	0,91149		

## ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ: ЗНАЧЕНИЯ $e^{-x}$



В Microsoft Excel эти значения можно получить с помощью уравнения

$$1 - \text{EXPONDIST}(x, 1, \text{TRUE}).$$

x	$e^{-x}$	x	$e^{-x}$	x	$e^{-x}$	x	$e^{-x}$
0,00	1,00000	0,50	0,60653	1,00	0,36788	1,50	0,22313
0,01	0,99005	0,51	0,60050	1,01	0,36422	1,51	0,22091
0,02	0,98020	0,52	0,59452	1,02	0,36060	1,52	0,21871
0,03	0,97045	0,53	0,58860	1,03	0,35701	1,53	0,21654
0,04	0,96079	0,54	0,58275	1,04	0,35345	1,54	0,21438
0,05	0,95123	0,55	0,57695	1,05	0,34994	1,55	0,21225
0,06	0,94176	0,56	0,57121	1,06	0,34646	1,56	0,21014
0,07	0,93239	0,57	0,56553	1,07	0,34301	1,57	0,20805
0,08	0,92312	0,58	0,55990	1,08	0,33960	1,58	0,20598
0,09	0,91393	0,59	0,55433	1,09	0,33622	1,59	0,20393
0,10	0,90484	0,60	0,54881	1,10	0,33287	1,60	0,20190
0,11	0,89583	0,61	0,54335	1,11	0,32956	1,61	0,19989
0,12	0,88962	0,62	0,53794	1,12	0,32628	1,62	0,19790
0,13	0,87809	0,63	0,53259	1,13	0,32303	1,63	0,19593
0,14	0,86936	0,64	0,52729	1,14	0,31982	1,64	0,19398
0,15	0,86071	0,65	0,52205	1,15	0,31664	1,65	0,19205
0,16	0,87514	0,66	0,51685	1,16	0,31349	1,66	0,19014
0,17	0,84366	0,67	0,51171	1,17	0,31037	1,67	0,18825
0,18	0,83527	0,68	0,50662	1,18	0,30728	1,68	0,18537
0,19	0,82696	0,69	0,50158	1,19	0,30422	1,69	0,18452
0,20	0,81873	0,70	0,49659	1,20	0,30119	1,70	0,18268
0,21	0,81058	0,71	0,49164	1,21	0,29820	1,71	0,18087
0,22	0,80252	0,72	0,48675	1,22	0,29523	1,72	0,17907
0,23	0,79453	0,73	0,48191	1,23	0,29229	1,73	0,17728

Окончание таблицы

$x$	$e^{-x}$	$x$	$e^{-x}$	$x$	$e^{-x}$	$x$	$e^{-x}$
0,24	0,78663	0,74	0,47711	1,24	0,28938	1,74	0,17552
0,25	0,77880	0,75	0,47237	1,25	0,28650	1,75	0,17337
0,26	0,77105	0,76	0,46767	1,26	0,28365	1,76	0,17204
0,27	0,76338	0,77	0,46301	1,27	0,28083	1,77	0,17033
0,28	0,75578	0,78	0,45841	1,28	0,27804	1,78	0,16864
0,29	0,74826	0,79	0,45384	1,29	0,27527	1,79	0,16696
0,30	0,74082	0,80	0,44933	1,30	0,27253	1,80	0,16530
0,31	0,73345	0,81	0,44486	1,31	0,26982	1,81	0,16365
0,32	0,72615	0,82	0,44043	1,32	0,26714	1,82	0,16203
0,33	0,71892	0,83	0,43605	1,33	0,26448	1,83	0,16041
0,34	0,71177	0,84	0,43171	1,34	0,26185	1,84	0,15882
0,35	0,70469	0,85	0,42741	1,35	0,25924	1,85	0,15724
0,36	0,69768	0,86	0,42316	1,36	0,25666	1,86	0,15567
0,37	0,69073	0,87	0,41895	1,37	0,25411	1,87	0,15412
0,37	0,68386	0,88	0,41478	1,38	0,25158	1,88	0,15259
0,39	0,67706	0,89	0,41066	1,39	0,24908	1,89	0,15107
0,40	0,67032	0,90	0,40657	1,40	0,24660	1,90	0,14957
0,41	0,66365	0,91	0,40252	1,41	0,24414	1,91	0,14808
0,42	0,65705	0,92	0,39852	1,42	0,24171	1,92	0,14661
0,43	0,65051	0,93	0,39455	1,43	0,23931	1,93	0,14515
0,44	0,64404	0,94	0,39063	1,44	0,23693	1,94	0,14370
0,45	0,63763	0,95	0,38674	1,45	0,23457	1,95	0,14227
0,46	0,63128	0,96	0,38289	1,46	0,23224	1,96	0,14086
0,47	0,62500	0,97	0,37908	1,47	0,22993	1,97	0,14946
0,48	0,61878	0,98	0,37531	1,48	0,22764	1,98	0,13807
0,49	0,61263	0,99	0,37158	1,49	0,22537	1,99	0,13670
0,50	0,60653	1,00	0,36788	1,50	0,22313	2,00	0,13534

## ТАБЛИЦЫ ПРОЦЕНТОВ

Таблица 1. Будущая стоимость 1 долл.

В Microsoft Excel эти значения можно вычислить с помощью уравнения

$$(1 - \text{процент})^{\text{количество лет}}$$

Год	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%
1	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080	1,090
2	1,020	1,040	1,061	1,082	1,102	1,124	1,145	1,166	1,188
3	1,030	1,061	1,093	1,125	1,158	1,191	1,225	1,260	1,295
4	1,041	1,082	1,126	1,170	1,216	1,262	1,311	1,360	1,412
5	1,051	1,104	1,159	1,217	1,276	1,338	1,403	1,469	1,539
6	1,062	1,126	1,194	1,265	1,340	1,419	1,501	1,587	1,677
7	1,072	1,149	1,230	1,316	1,407	1,504	1,606	1,714	1,828
8	1,083	1,172	1,267	1,369	1,477	1,594	1,718	1,851	1,993
9	1,094	1,195	1,305	1,423	1,551	1,689	1,838	1,999	2,172
10	1,105	1,219	1,344	1,480	1,629	1,791	1,967	2,159	2,367
11	1,116	1,243	1,384	1,539	1,710	1,898	2,105	2,332	2,580
12	1,127	1,268	1,426	1,601	1,796	2,012	2,252	2,518	2,813
13	1,138	1,294	1,469	1,665	1,886	2,133	2,410	2,720	3,066
14	1,149	1,319	1,513	1,732	1,980	2,261	2,579	2,937	3,342
15	1,161	1,346	1,558	1,801	2,070	2,397	2,759	3,172	3,642
16	1,173	1,373	1,605	1,873	2,183	2,540	2,952	3,426	3,970
17	1,184	1,400	1,653	1,948	2,292	2,693	2,159	3,700	4,328
18	1,196	1,428	1,702	2,026	2,407	3,854	3,380	3,996	4,717
19	1,208	1,457	1,754	2,107	2,527	3,026	3,617	4,316	5,142
20	1,220	1,486	1,806	2,191	2,653	3,207	3,870	4,661	5,604
25	1,282	1,641	2,094	2,666	3,386	4,292	5,427	6,848	8,623
30	1,348	1,811	2,427	3,243	4,322	5,743	7,612	10,063	13,268
Год	10%	12%	14%	15%	16%	18%	20%	24%	28%
1	1,100	1,120	1,140	1,150	1,160	1,180	1,200	1,240	1,280
2	1,210	1,254	1,300	1,322	1,346	1,392	1,440	1,538	1,638
3	1,331	1,405	1,482	1,521	1,561	1,643	1,728	1,907	2,067
4	1,464	1,574	1,689	1,749	1,811	1,939	2,074	2,364	2,684
5	1,611	1,762	1,925	2,011	2,100	2,288	2,488	2,932	3,436

Окончание табл. 1

Год	10%	12%	14%	15%	16%	18%	20%	24%	28%
6	1,772	1,974	2,195	2,313	2,436	2,700	2,986	3,635	4,398
7	1,949	2,211	2,502	2,660	2,826	3,185	3,583	4,508	5,629
8	2,144	2,476	2,853	3,059	3,278	3,759	4,300	5,509	7,206
9	2,358	2,773	3,252	3,518	3,803	4,435	5,160	6,931	9,223
10	2,594	3,106	3,707	4,046	4,411	5,234	6,192	8,594	11,806
11	2,853	3,479	4,226	4,652	5,117	6,176	7,430	10,657	15,112
12	3,138	3,896	4,818	5,350	5,936	7,288	8,916	13,216	19,343
13	3,452	4,363	5,492	6,153	6,886	8,599	10,699	16,386	24,759
14	3,797	4,887	6,261	7,076	7,988	10,147	12,839	20,319	31,691
15	4,177	5,474	7,138	8,137	9,266	11,974	15,407	25,196	40,565
16	4,595	6,130	8,137	9,358	10,748	14,129	18,488	31,243	51,923
17	5,054	6,866	9,276	10,761	12,468	16,672	22,186	38,741	66,461
18	5,560	7,960	10,575	12,375	14,463	19,673	26,623	48,039	85,071
19	6,116	8,613	12,056	14,232	16,777	23,214	31,948	59,568	108,89
20	6,728	9,646	13,743	16,367	19,461	27,393	38,338	73,864	139,38
25	10,835	17,000	26,462	32,919	40,874	62,669	95,396	216,542	478,90
30	17,449	29,960	50,950	66,212	85,850	143,371	237,376	634,820	1645,5

Таблица 2. Сумма аннуитета на 1 долл. за *N* лет

В Microsoft Excel эти значения можно определить с помощью функции FV(процент, количество лет, -1).

Год	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	2,010	2,020	2,030	2,040	2,050	2,060	2,070	2,080
3	2,030	3,060	3,019	3,122	3,152	3,184	3,215	3,246
4	4,060	4,122	4,184	4,246	4,310	4,375	4,440	4,506
5	5,101	5,204	5,309	5,416	5,526	5,637	5,751	5,867
6	6,152	6,308	6,468	6,633	6,802	6,975	7,153	7,336
7	7,214	7,434	7,662	7,898	8,142	8,394	8,654	8,923
8	8,286	8,583	8,892	9,214	9,549	9,897	10,260	10,637
9	9,369	9,755	10,159	10,583	11,027	11,491	11,978	12,488
10	10,462	10,950	11,464	12,006	12,578	13,181	13,816	14,487
11	11,567	12,169	12,808	13,486	14,207	14,972	15,784	16,645
12	12,683	13,412	14,192	15,026	15,917	16,870	17,888	18,977

Окончание табл. 2

Год	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
13	13,809	14,680	15,618	16,627	17,713	18,882	20,141	21,495
14	14,947	15,974	17,086	18,292	19,559	21,051	22,550	24,215
15	16,097	17,293	18,599	20,024	21,579	23,276	25,129	27,152
16	17,258	18,639	20,157	21,825	23,657	25,673	27,888	30,324
17	18,430	20,012	21,762	23,698	25,840	28,213	30,840	33,750
18	19,615	21,412	23,414	25,645	28,132	30,906	33,999	37,450
19	20,811	22,841	25,117	27,671	30,539	33,760	37,379	41,446
20	22,019	24,297	26,870	29,778	33,066	36,786	40,995	45,762
25	28,243	32,030	36,459	41,646	47,727	54,865	63,249	73,106
30	34,785	40,568	47,575	56,085	66,439	79,058	94,461	113,283
Год	9%	10%	12%	14%	16%	18%	20%	24%
1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	2,090	2,100	2,120	2,140	2,160	2,180	2,200	2,240
3	3,278	3,310	3,374	3,440	3,506	3,572	3,640	3,778
4	4,573	4,641	4,770	4,921	5,066	5,215	5,368	5,684
5	5,985	6,105	6,353	6,610	6,877	7,154	7,442	8,048
6	7,523	7,716	8,115	8,536	8,977	9,442	9,930	10,980
7	9,200	9,487	10,089	10,730	11,414	12,142	12,916	14,615
8	11,028	11,436	12,300	13,233	14,240	15,327	16,499	19,123
9	13,021	13,579	14,776	16,085	17,518	19,086	20,799	24,712
10	15,193	15,937	17,549	19,337	21,321	23,521	25,959	31,643
11	17,560	18,531	20,655	23,044	25,733	28,755	32,150	40,238
12	20,141	21,384	24,133	27,271	30,850	34,931	39,580	50,985
13	22,953	24,523	28,029	32,089	36,786	42,219	48,497	64,110
14	26,019	27,975	32,393	37,581	43,672	50,818	59,196	80,496
15	29,361	31,772	37,280	43,842	51,660	60,965	72,035	100,815
16	33,003	35,950	42,753	50,980	60,925	72,939	87,442	126,011
17	36,974	40,545	48,884	59,118	71,673	87,068	105,931	157,253
18	41,301	45,599	55,750	68,394	84,141	103,740	128,117	195,994
19	46,018	51,159	63,440	78,969	98,603	123,414	154,740	244,033
20	51,160	57,275	72,052	91,025	115,380	146,628	186,688	303,601
25	84,701	93,347	133,334	181,871	249,214	342,603	471,981	898,092
30	136,308	164,494	241,333	356,787	530,312	790,948	1181,882	2640,916

Таблица 3. **Нынешняя стоимость 1 долл.**

В Microsoft Excel эти значения можно вычислить с помощью уравнения

$$(1 - \text{процент})^{\text{количество лет}}$$

Год	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%	14%	15%
1	0,990	0,980	0,971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909	0,893	0,877	0,870
2	0,980	0,961	0,943	0,925	0,907	0,890	0,873	0,857	0,842	0,826	0,797	0,769	0,756
3	0,971	0,942	0,915	0,889	0,864	0,840	0,816	0,794	0,772	0,751	0,712	0,675	0,658
4	0,961	0,924	0,889	0,855	0,823	0,792	0,763	0,735	0,708	0,683	0,636	0,592	0,572
5	0,951	0,906	0,863	0,822	0,784	0,747	0,713	0,681	0,650	0,621	0,567	0,519	0,497
6	0,942	0,888	0,838	0,790	0,746	0,705	0,666	0,630	0,596	0,564	0,507	0,456	0,432
7	0,933	0,871	0,813	0,760	0,711	0,665	0,623	0,583	0,547	0,513	0,452	0,400	0,376
8	0,923	0,853	0,789	0,731	0,677	0,627	0,582	0,540	0,502	0,467	0,404	0,351	0,327
9	0,914	0,837	0,766	0,703	0,645	0,592	0,544	0,500	0,460	0,424	0,361	0,308	0,284
10	0,905	0,820	0,744	0,676	0,614	0,558	0,508	0,463	0,422	0,386	0,322	0,270	0,247
11	0,896	0,804	0,722	0,650	0,585	0,527	0,475	0,429	0,388	0,350	0,287	0,237	0,215
12	0,887	0,788	0,701	0,625	0,557	0,497	0,444	0,397	0,356	0,319	0,257	0,208	0,187
13	0,879	0,773	0,681	0,601	0,530	0,469	0,415	0,368	0,326	0,290	0,229	0,182	0,163
14	0,870	0,758	0,661	0,577	0,505	0,442	0,388	0,340	0,299	0,263	0,205	0,160	0,141
15	0,861	0,743	0,642	0,555	0,481	0,417	0,362	0,315	0,275	0,239	0,183	0,140	0,123
16	0,853	0,728	0,623	0,534	0,458	0,394	0,339	0,292	0,252	0,218	0,163	0,123	0,107
17	0,844	0,714	0,605	0,513	0,436	0,371	0,317	0,270	0,231	0,198	0,146	0,108	0,093
18	0,836	0,700	0,587	0,494	0,416	0,350	0,296	0,250	0,212	0,180	0,130	0,095	0,081
19	0,828	0,686	0,570	0,475	0,396	0,331	0,276	0,232	0,194	0,164	0,116	0,083	0,070
20	0,820	0,673	0,554	0,456	0,377	0,312	0,358	0,215	0,178	0,149	0,104	0,073	0,061
25	0,780	0,610	0,478	0,375	0,295	0,233	0,184	0,146	0,116	0,092	0,059	0,038	0,030
30	0,742	0,552	0,412	0,308	0,231	0,174	0,131	0,099	0,075	0,057	0,033	0,020	0,015
Год	16%	18%	20%	24%	28%	32%	36%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
1	0,862	0,847	0,833	0,806	0,781	0,758	0,735	0,714	0,667	0,625	0,588	0,556	0,526
2	0,743	0,718	0,694	0,650	0,610	0,574	0,541	0,510	0,444	0,391	0,346	0,309	0,277
3	0,641	0,609	0,579	0,524	0,477	0,435	0,398	0,364	0,296	0,244	0,204	0,171	0,146
4	0,552	0,516	0,482	0,423	0,373	0,329	0,292	0,260	0,198	0,153	0,120	0,095	0,077
5	0,476	0,437	0,402	0,341	0,291	0,250	0,215	0,186	0,132	0,095	0,070	0,053	0,040
6	0,410	0,370	0,335	0,275	0,227	0,189	0,158	0,133	0,088	0,060	0,041	0,029	0,021
7	0,354	0,314	0,279	0,222	0,178	0,143	0,116	0,095	0,059	0,037	0,024	0,016	0,011
8	0,305	0,266	0,233	0,179	0,139	0,108	0,085	0,068	0,039	0,023	0,014	0,009	0,006
9	0,263	0,226	0,194	0,144	0,108	0,082	0,063	0,048	0,026	0,015	0,008	0,005	0,003
10	0,227	0,191	0,162	0,116	0,085	0,062	0,046	0,035	0,017	0,009	0,005	0,003	0,002
11	0,195	0,162	0,135	0,094	0,066	0,047	0,034	0,025	0,012	0,006	0,003	0,002	0,001
12	0,168	0,137	0,112	0,076	0,052	0,036	0,025	0,018	0,008	0,004	0,002	0,001	0,001

Окончание табл. 3

Год	16%	18%	20%	24%	28%	32%	36%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
13	0,145	0,116	0,093	0,061	0,040	0,027	0,018	0,013	0,005	0,002	0,001	0,001	0,000
14	0,125	0,099	0,078	0,049	0,032	0,021	0,014	0,009	0,003	0,001	0,001	0,000	0,000
15	0,108	0,084	0,065	0,040	0,025	0,016	0,010	0,006	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
16	0,093	0,071	0,054	0,032	0,019	0,012	0,007	0,005	0,002	0,001	0,000	0,000	
17	0,080	0,060	0,045	0,026	0,015	0,009	0,005	0,003	0,001	0,000	0,000		
18	0,069	0,051	0,038	0,021	0,012	0,007	0,004	0,002	0,001	0,000	0,000		
19	0,060	0,043	0,031	0,017	0,009	0,005	0,003	0,002	0,000	0,000			
20	0,051	0,037	0,026	0,014	0,007	0,004	0,002	0,001	0,000	0,000			
25	0,024	0,016	0,010	0,005	0,002	0,001	0,000	0,000					
30	0,012	0,007	0,004	0,002	0,001	0,000	0,000						

Таблица 4. Нынешняя стоимость аннуитета на 1 долл. за *N* лет

В Microsoft Excel эти значения можно определить с помощью функции

PV(процент, количество лет, -1).

Год	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0,990	0,980	0,971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909
2	1,970	1,942	1,913	1,886	1,859	1,833	1,808	1,783	1,759	1,736
3	2,941	2,884	2,829	2,775	2,723	2,673	2,624	2,577	2,531	2,487
4	3,902	3,808	3,717	3,630	3,546	3,465	3,387	3,312	3,240	3,170
5	4,853	4,713	4,580	4,452	4,329	4,212	4,100	3,993	3,890	3,791
6	5,795	5,601	5,417	5,242	5,076	4,917	4,766	4,623	4,486	4,355
7	6,728	6,472	6,230	6,002	5,786	5,582	5,389	5,206	5,033	4,868
8	7,652	7,325	7,020	6,733	6,463	6,210	6,971	5,747	5,535	5,335
9	8,566	8,162	7,786	7,435	7,108	6,802	6,515	6,247	5,985	5,759
10	9,471	8,983	8,530	8,111	7,722	7,360	7,024	6,710	6,418	6,145
11	10,368	9,787	9,253	8,760	8,306	7,887	7,449	7,139	6,805	6,495
12	11,255	10,575	9,954	9,385	8,863	8,384	7,943	7,536	7,161	6,814
13	12,134	11,348	10,635	9,986	9,394	8,853	8,358	7,904	7,487	7,103
14	13,004	12,106	11,296	10,563	9,899	9,295	8,745	8,244	7,786	7,367
15	13,865	12,849	11,938	11,118	10,380	9,712	9,108	8,559	8,060	7,606
16	14,718	13,578	12,561	11,652	10,838	10,106	9,447	8,851	8,312	7,824
17	15,562	14,292	13,166	12,166	11,274	10,477	9,763	9,122	8,544	8,022
18	16,398	14,992	13,754	12,659	11,690	10,828	10,059	9,372	8,756	8,201
19	17,226	15,678	14,324	13,134	12,085	11,158	10,336	9,604	8,950	8,365
20	18,046	16,351	14,877	13,590	12,462	11,470	10,594	9,818	9,128	8,514
25	22,023	19,523	17,413	15,622	14,094	12,783	11,654	10,675	9,823	9,077
30	25,808	22,397	19,600	17,292	15,373	13,765	12,409	11,258	10,274	9,427

Окончание табл. 4

Год	12%	14%	16%	18%	20%	24%	28%	32%	36%
1	0,893	0,877	0,862	0,847	0,833	0,806	0,781	0,758	0,735
2	1,690	1,647	1,605	1,566	1,528	1,457	1,392	1,332	1,276
3	2,402	2,322	2,246	2,174	2,106	1,981	1,868	1,766	1,674
4	3,037	2,914	2,798	2,690	2,589	2,404	2,241	2,096	1,966
5	3,605	3,433	3,274	3,127	2,991	2,745	2,532	2,345	2,181
6	4,111	3,889	3,685	3,498	3,326	3,020	2,759	2,534	2,339
7	4,564	4,288	4,039	3,812	3,605	3,242	2,937	2,678	2,455
8	4,968	4,639	4,344	4,078	3,837	3,421	3,076	2,786	2,540
9	5,328	4,946	4,607	4,303	4,031	3,566	3,184	2,868	2,603
10	5,650	5,216	4,833	4,494	4,193	3,682	3,269	2,930	2,650
11	5,988	5,453	5,029	4,656	4,327	3,776	3,335	2,978	2,683
12	6,194	5,660	5,197	4,793	4,439	3,851	3,387	3,013	2,708
13	6,424	5,842	5,342	4,910	4,533	3,912	3,427	3,040	2,727
14	6,628	6,002	5,468	5,008	4,611	3,962	3,459	3,061	2,740
15	6,811	6,142	5,575	5,092	4,675	4,001	3,483	3,076	2,750
16	6,974	6,265	5,669	5,162	4,730	4,033	3,503	3,088	2,758
17	7,120	6,373	5,749	5,222	4,775	4,059	3,518	3,097	2,763
18	7,250	6,467	5,818	5,273	4,812	4,080	3,529	3,104	2,676
19	7,366	6,550	5,877	5,316	4,844	4,097	3,539	3,109	2,770
20	7,469	6,623	5,929	5,353	4,870	4,110	3,546	3,113	2,772
25	7,843	6,873	6,097	5,467	4,948	4,147	3,564	3,122	2,776
30	8,055	7,003	6,177	5,517	4,979	4,160	3,569	3,124	2,778